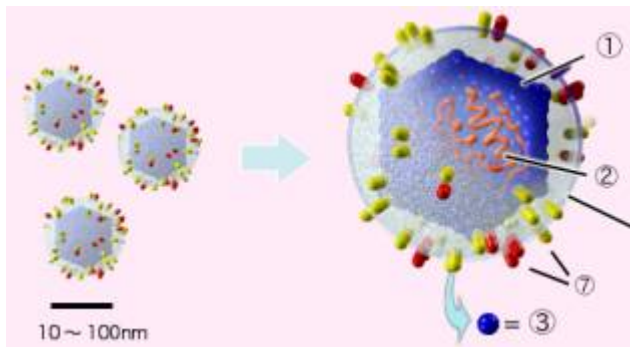


Logarithmusfunktionen

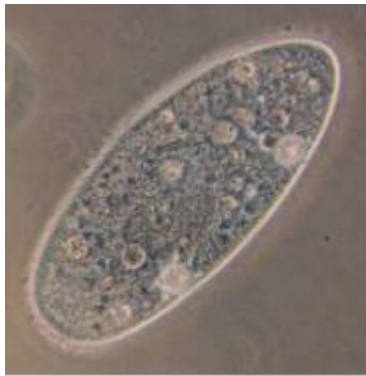
Stelle die Größe der „Lebewesen“ auf einer Skala dar.



Virus 10 nm



Bakterien 10 Mikrometer



Pantoffeltierchen 0,1 mm



Floh 1mm



Käfer 1cm



Maus 10 cm



Rotfuchs 1m





Großer Schwertwal 10 m

ohne Abbildung: Großes Pilzgeflecht 1 km



(Quelle Wikipedia)

Eingabe der Punktpaare zur Darstellung auf der x-Achse (y-Wert ist 0)

F1 		F2	F3	F4	F5	F6 	F7
Plot Setup		Cell	Header	Calc	Util	Stat	
DATA							
	c1	c2	c3	c4	c5		
1	1.0E-8	0.0000					
2	.00001	0.0000					
3	.00010	0.0000					
4	.00100	0.0000					
5	.01000	0.0000					
6	.10000	0.0000					
7	1.0000	0.0000					

c3=

SKALA	DEG APPROX	FUNC
-------	------------	------

F1 	F2	F3	F4	F5	F6 	F7
Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA						
	c1	c2	c3	c4	c5	
4	.00100	0.0000				
5	.01000	0.0000				
6	.10000	0.0000				
7	1.0000	0.0000				
8	10.000	0.0000				
9	1000.0	0.0000				
10						

r10c3=

SKALA	DEG APPROX	FUNC
-------	------------	------

skalaTiere Plot 1

Plot Type..... Scatter→

Mark..... Box→

X..... c1

Y..... c2

Hist. Graph. Width: 1

Use Freq and Categories? NO→

Freq.....

Category.....

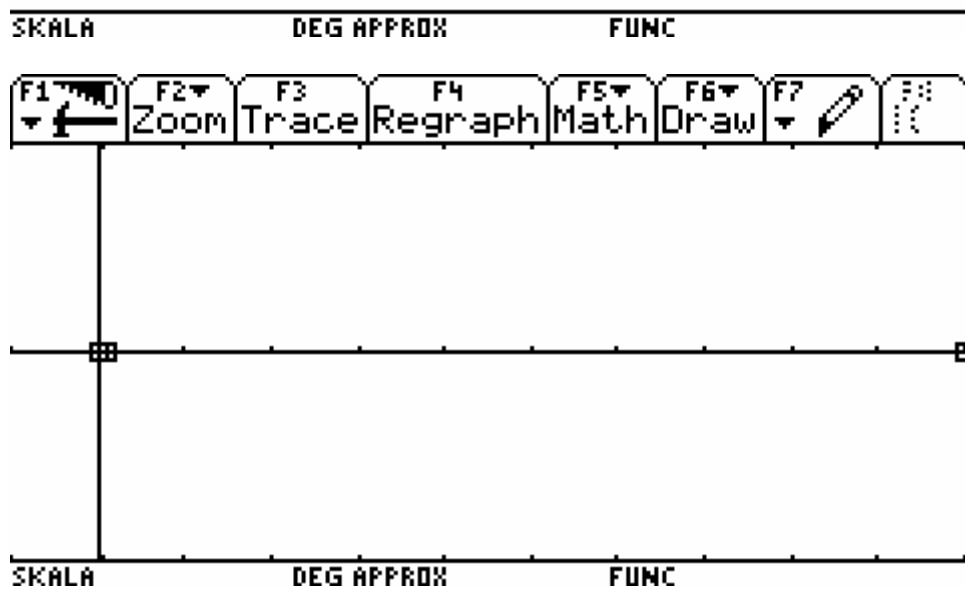
(no) Use Categories? C

Enter=SAVE

ESC=CANCEL

SKALA DEG APPROX FUNC

F1 F2
 Zoom
 xmin=-100.
 xmax=1000.
 xscl=100.
 ymin=-1.
 ymax=1.
 yscl=1.
 xres=2.



Lösung:

Es ist nicht möglich sämtliche Größen auf einer linearen Skala gleichzeitig darzustellen.

Hinweis:

Schreibe alle Größen in der Einheit Meter. Verwende die Zehnerpotenzdarstellung.

Ausweg: Es bietet sich an den Exponent der Zehnerpotenz aufzutragen.

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA						
	c1	c2	c3	c4	c5	
1	1.0E-8	0.0000	-8.000			
2	.00001	0.0000	-5.000			
3	.00010	0.0000	-4.000			
4	.00100	0.0000	-3.000			
5	.01000	0.0000	-2.000			
6	.10000	0.0000	-1.000			
7	1.0000	0.0000	0.0000			

r1c3=-8.

SKALA

DEG APPROX

FUNC

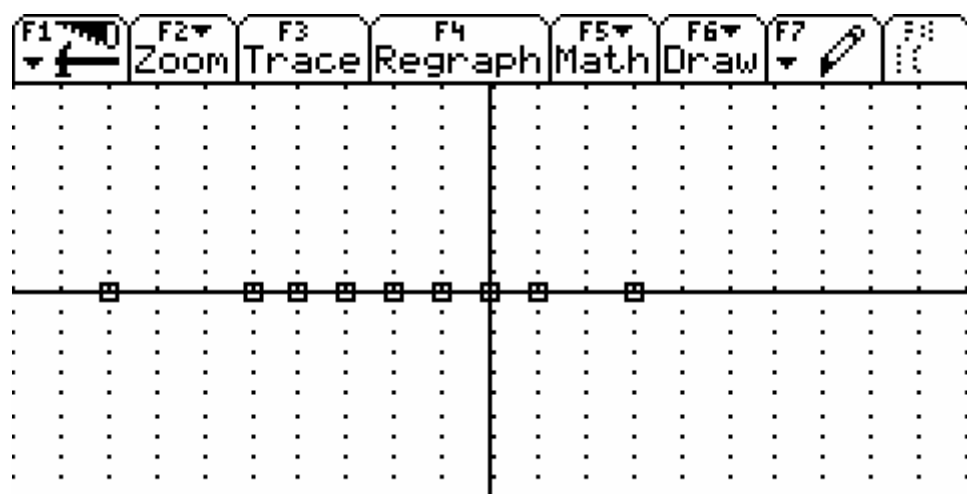
skalastiere Plot 2

Plot Type..... Scatter→
Mark..... Box→
X..... c3
Y..... c2
Hist. Graph Width: 1
Use Freq and Categories? NO→
Freq.....
Category.....
(inc) Use Category as: C
(Enter=SAVE) (ESC=CANCEL)

SKALA

DEG APPROX

FUNC

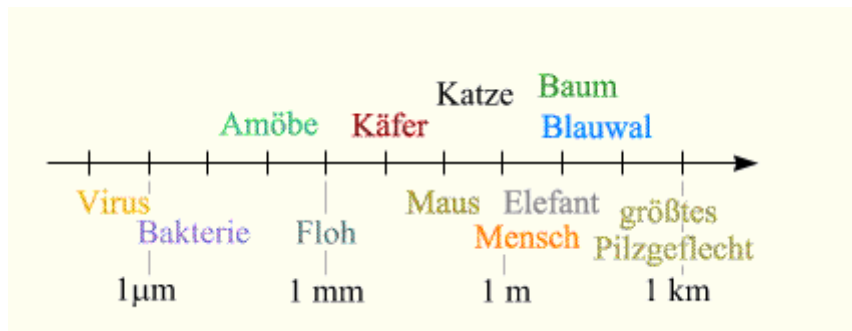


SKALA

DEG APPROX

FUNC

Damit können alle Zahlen dargestellt werden.



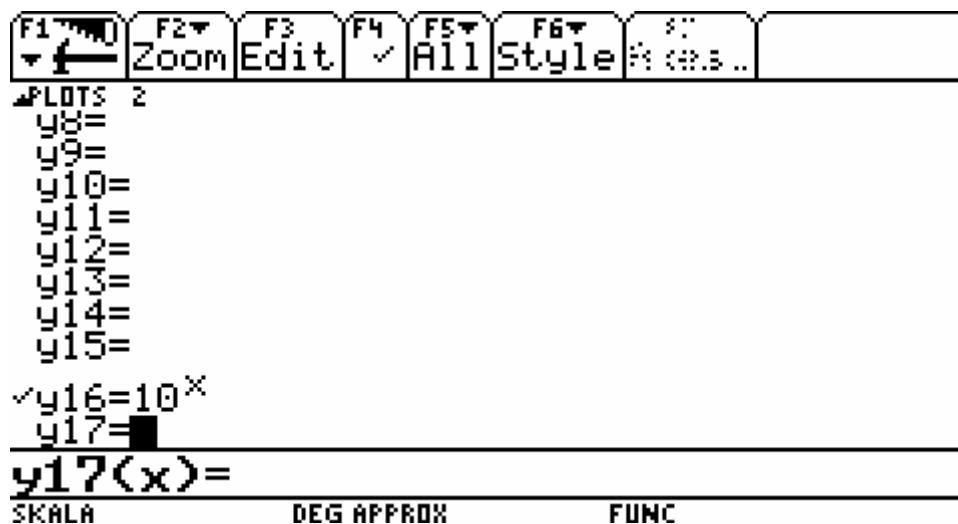
Wie sieht es aber mit Zahlen aus die keine Zehnerpotenzen sind?

Kann man jede Zahl als Zehnerpotenz schreiben? Wie sehen die Exponenten dann aus?

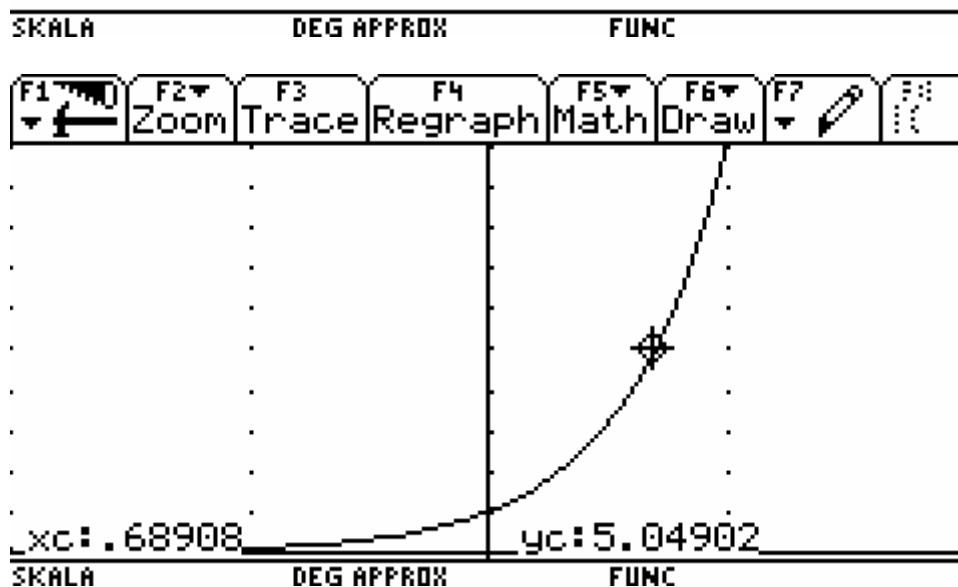
Für welche Zahl z gilt: $5 = 10^z$?

Es gibt eine Reihe von Möglichkeiten wie man vorgehen kann um z zu bestimmen:

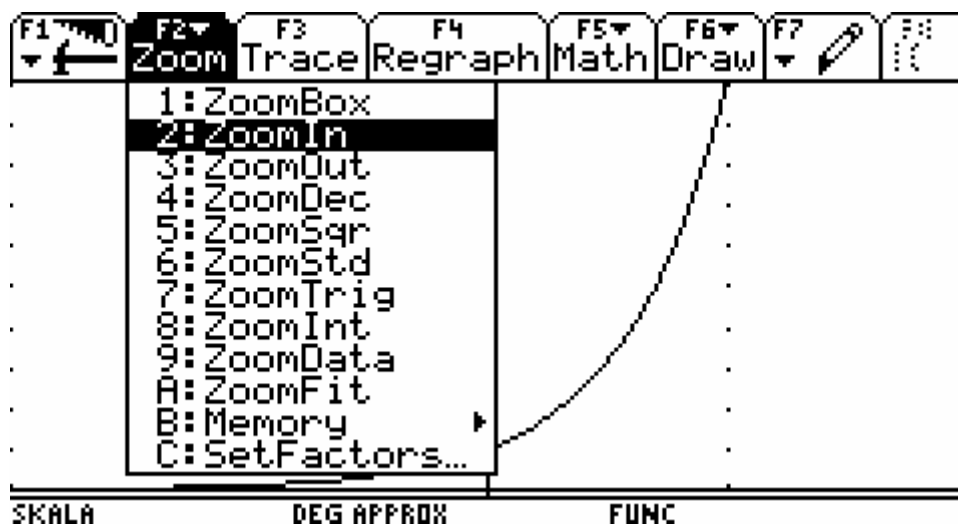
Graphische Darstellung der Funktion $f(x) = 10^x$:

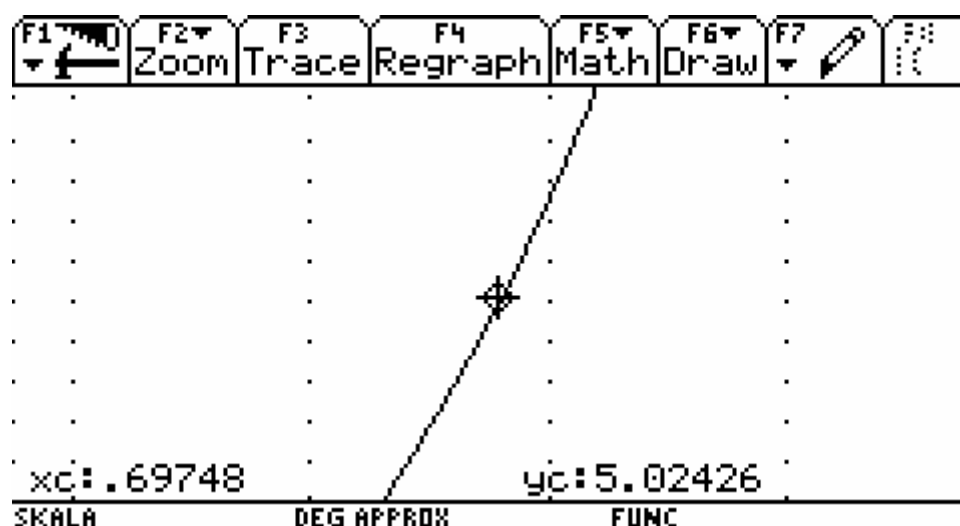


F1 F2
 Zoom
 xmin=-2.
 xmax=2.
 xscl=1.
 ymin=-.1
 ymax=10.
 yscl=1.
 xres=2.



Wie man ablesen kann liegt der gesuchte Wert in der Nähe von 0,6.
 Ein Zoom in den Graph führt zur Verbesserung des Wertes:





Weitere Möglichkeit: Suchen in der Wertetabelle:

Calculator screen showing the **TABLE SETUP** dialog box. The dialog box has fields for **tblStart** (set to $.6$), **Δtbl** (set to $.01$), **Graph <-> Table** (set to **OFF**), and **Independent** (set to **AUTO**). The **Enter=SAVE** and **ESC=CANCEL** buttons are visible. Below the dialog box, the x-axis is labeled **x= .5** and the y-axis is labeled **y16**. The screen also displays **SKALA** and **DEG APPROX**.

x	y16
.64000	4.36516
.65000	4.46684
.66000	4.57088
.67000	4.67735
.68000	4.78630
.69000	4.89779
.70000	5.01187
.71000	5.12861

Calculator screen showing a table of values for the function **y16(x)**. The table has two columns: **x** and **y16**. The x-axis is labeled **x** and the y-axis is labeled **y16**. The table shows values for **x** from $.64000$ to $.71000$ in increments of $.01000$. The value for **x** = $.70000$ is highlighted. The screen also displays **SKALA** and **DEG APPROX**.

F1	F2	F3	F4	F5	F6	
Setup	Calc	Header	Del Pow	Int Pow		

TABLE SETUP

tblStart..... .69

Δtbl..... .0001

Graph <-> Table OFF→

Independent.... AUTO→

(Enter=SAVE) (ESC=CANCEL)

.64310	4.39643	
--------	---------	--

x= .6431

SKALA DEG APPROX FUNC

F1	F2	F3	F4	F5	F6	
Setup	Calc	Header	Del Pow	Int Pow		

X	y16	
.69880	4.99804	
.69890	4.99919	
.69900	5.00035	
.69910	5.00150	
.69920	5.00265	
.69930	5.00380	
.69940	5.00495	
.69950	5.00611	

y16(x)=5.0003453497698

SKALA DEG APPROX FUNC

Weitere Möglichkeit: Einsatz von Computeralgebra:

F1	F2	F3	F4	F5	F6	
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up		

■ solve(5 = 10^z, z) z = .69897

solve(5=10^z,z)

SKALA DEG APPROX FUNC 1/30

Verallgemeinerung dieses Verfahrens:

Wähle statt 5 nun eine beliebige Zahl x . Die sich ergebende Lösung wird als Wert einer Funktion $f(x)$ interpretiert:

F1	F2	F3	F4	F5	F6	
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up		

■ solve(5 = 10 ^z , z)	z = .69897
■ solve(x = 10 ^z , z) → f(x)	Done
■ f(5)	z = .69897
■ f(2)	z = .30103

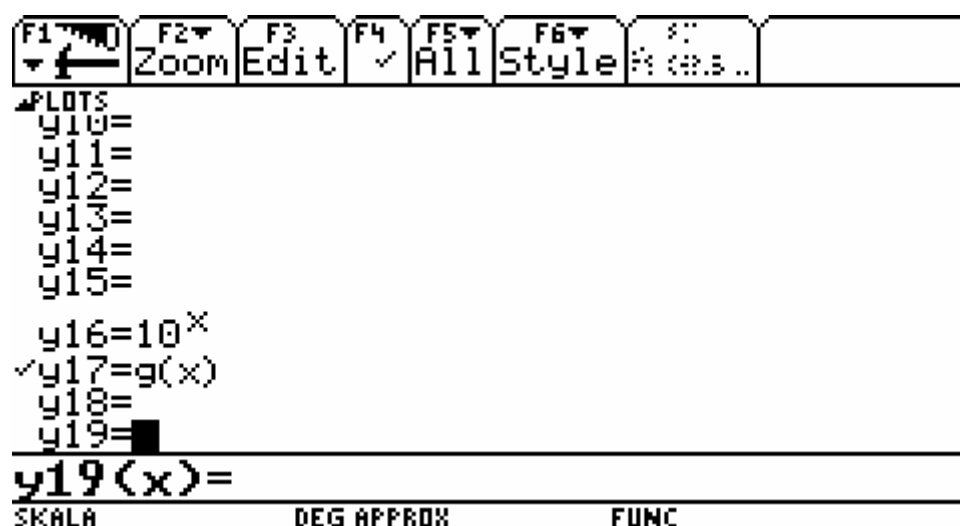
f(2)	
-------------	--

SKALA	DEG APPROX	FUNC 4/30
-------	------------	-----------

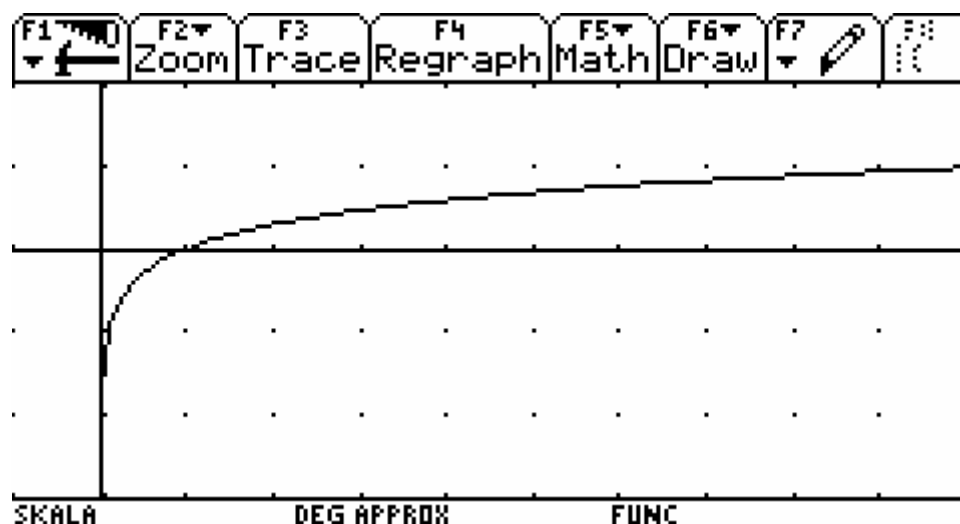
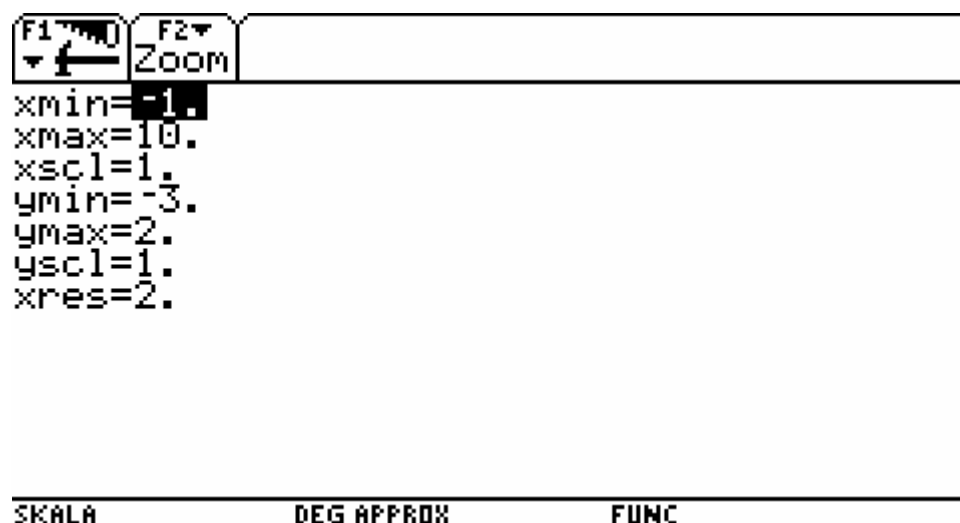
Wie sieht der Graph dieser Funktion aus?

$f(x)$ liefert als Wert eine Gleichung. Die rechte Seite dieser Gleichung ist der Funktionswert:

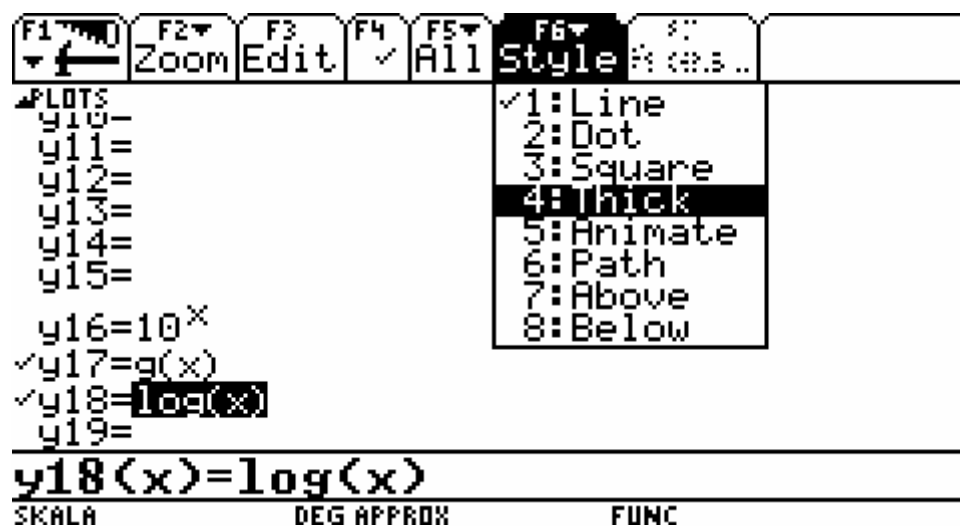
F1	F2	F3	F4	F5	F6	
	Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
■ solve(5 = 10 ^z , z)				z = .69897		
■ solve(x = 10 ^z , z) → f(x)				Done		
■ f(5)				z = .69897		
■ f(2)				z = .30103		
■ right(f(x)) → g(x)				Done		
■ g(5)				.69897		
■ g(2)				.30103		
g(2)						
SKALA		DEG APPROX		FUNC 7/30		



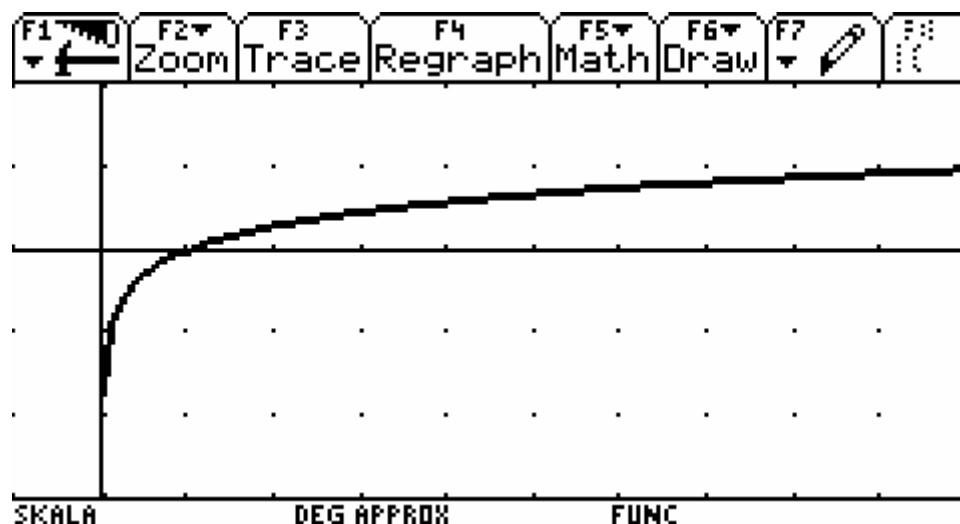
Einstellungen zum Zeichnen der Funktion:



Die Funktion $g(x)$ heißt Logarithmusfunktion zur Basis 10 und ist auf dem Rechner unter dem Namen $\log(x)$ vorhanden:

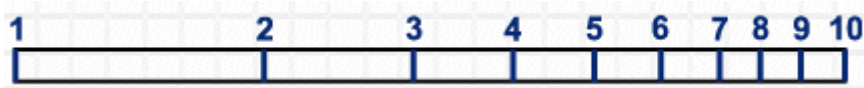


Demonstration durch das Zeichnen beider Graphen:



Aufgabe

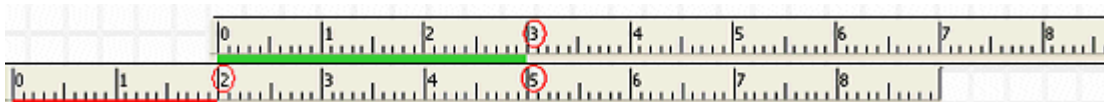
Stelle zwei logarithmische Skalen her, d.h. trage statt x den Wert $\log(x)$ auf, markiere diese Stelle aber mit x :



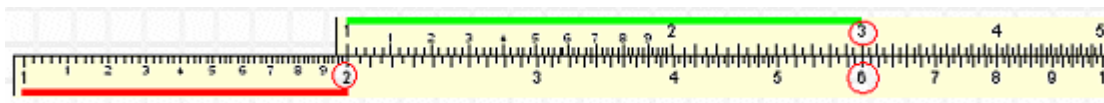
Experimentiere mit den beiden Skalen etwas. Was fällt auf?

Lösung:

Beim einer normalen Einteilung wird addiert:



Bei einer logarithmischen Einteilung wird multipliziert:



Rechenschieber

Vermutung:

$$\log(x) + \log(y) = \log(x \cdot y)$$

Aufgabe

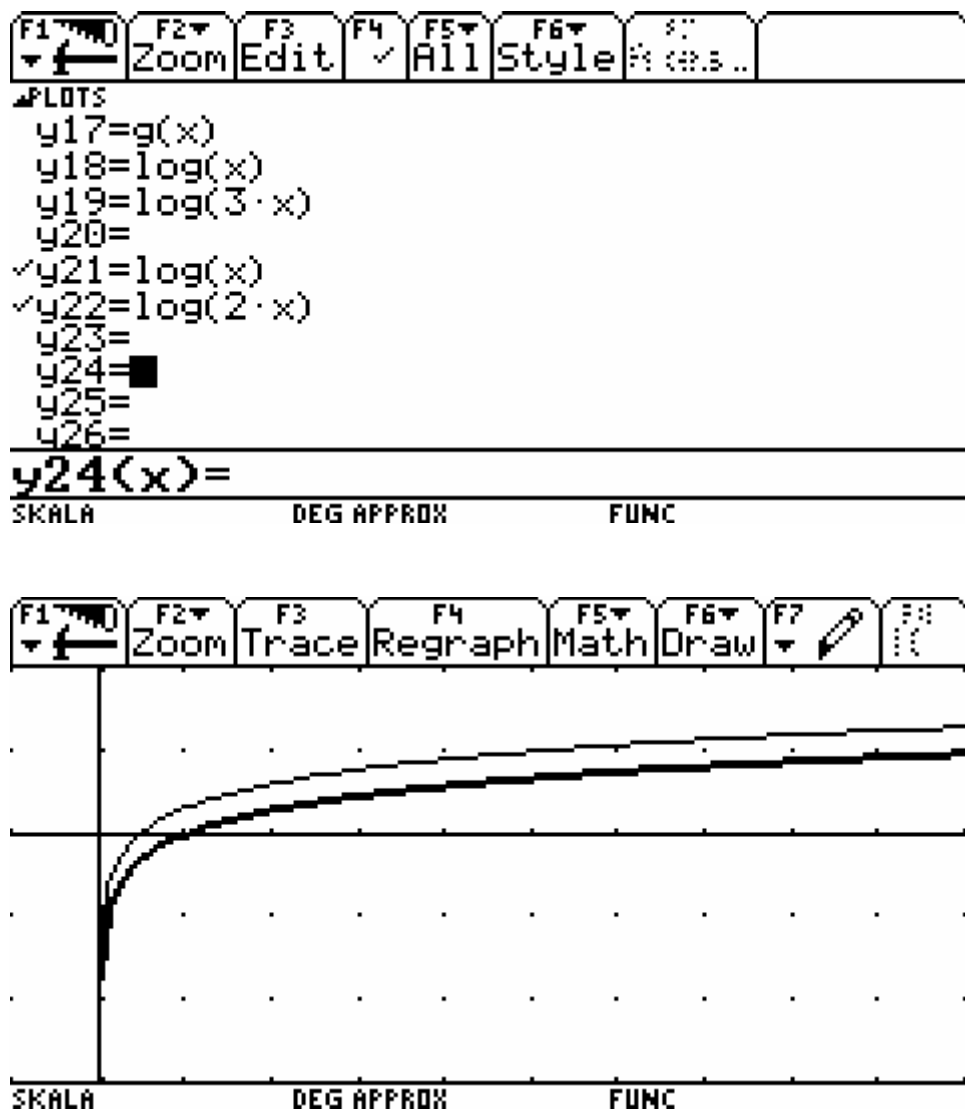
Für eine feste Zahl y , z.B. $y=2$ folgt aus $\log(x \cdot y) = \log(x) + \log(y)$ die Beziehung

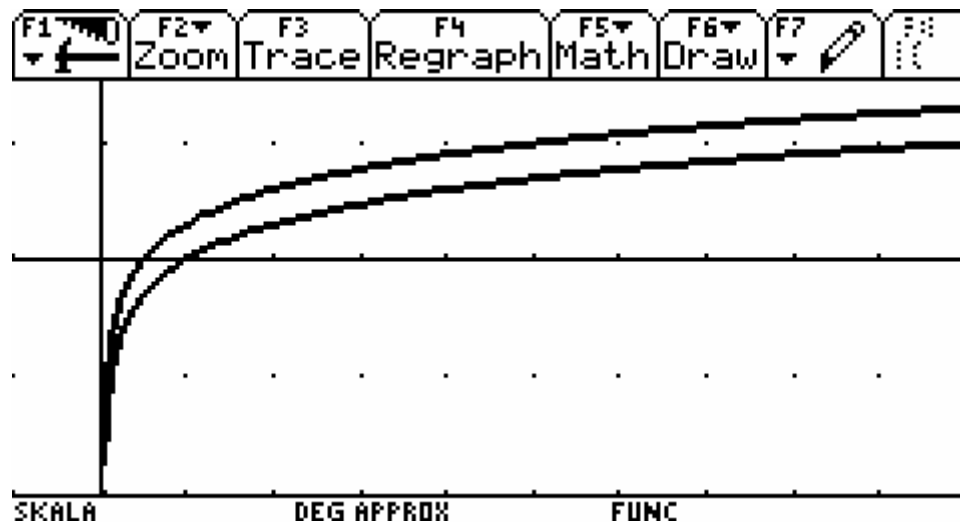
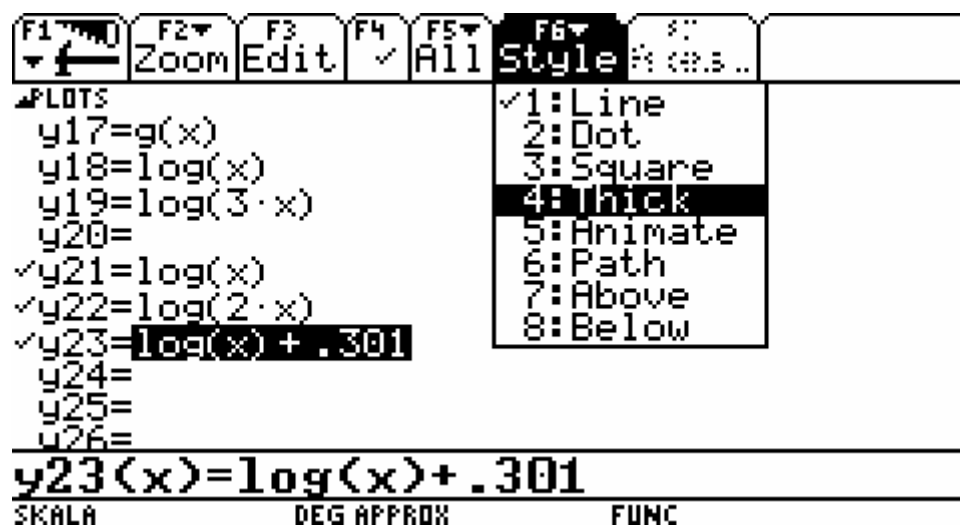
$$\log(2 \cdot x) = \log(x) + \log(2) = \log(x) + 0,301$$

d.h. die Graphen der Funktionen $\log(2 \cdot x)$ und $\log(x)$ gehen durch eine Verschiebung ineinander über.

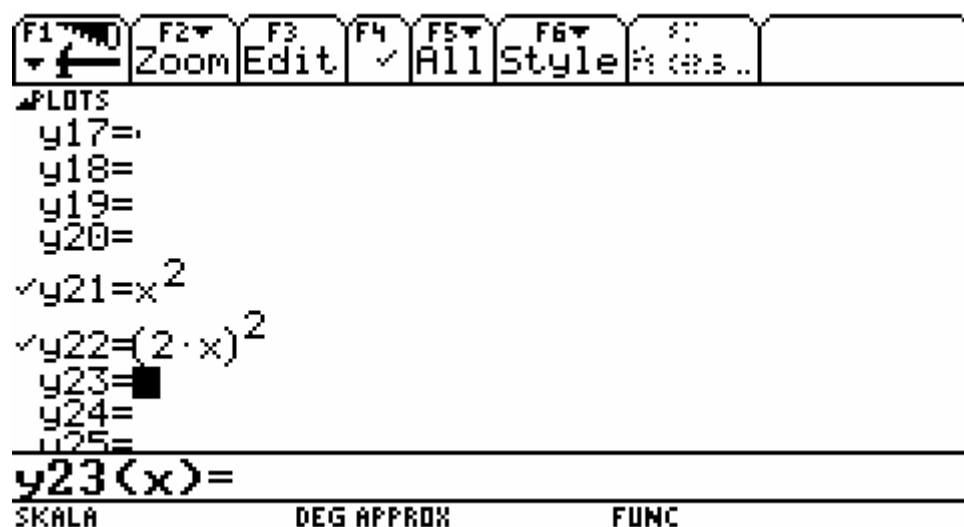
Veranschauliche dies in einer Graphik.

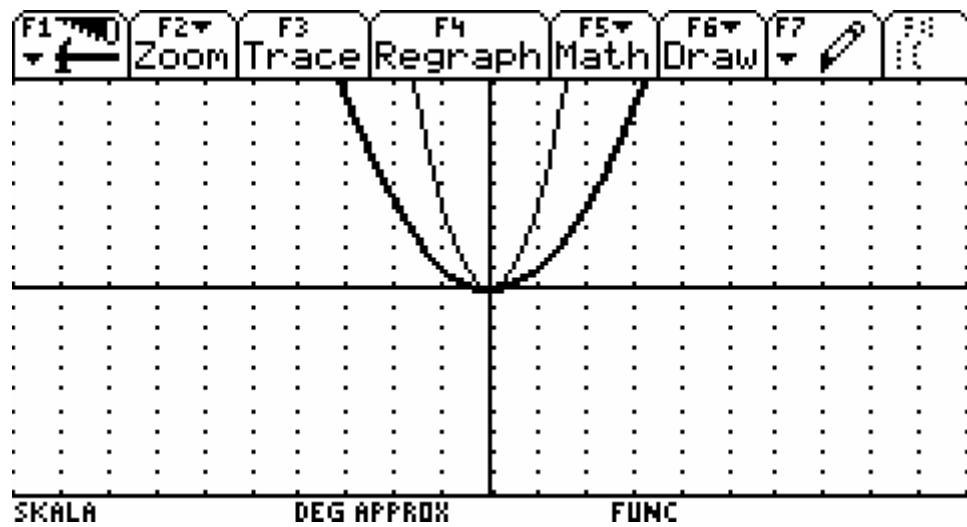
Zeige an einem anderen Beispiel, dass diese Eigenschaft für andere Funktionen nicht gilt.





Gegenbeispiel





Beweis der Logarithmengesetze über die Potenzrechenregeln.

Mögliche Weiterführungen des Themas

[Die Reise zu den Liliputanern](#)

[3. Keplersches Gesetz](#)

[Champion](#)