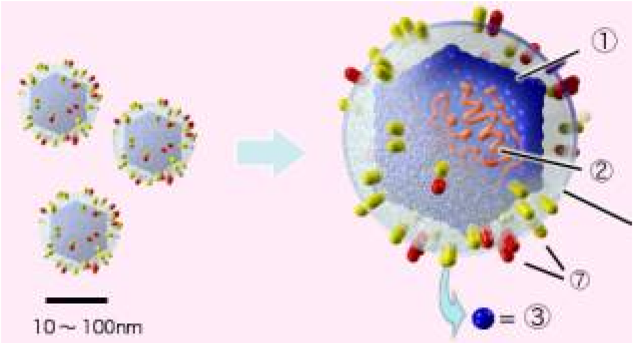
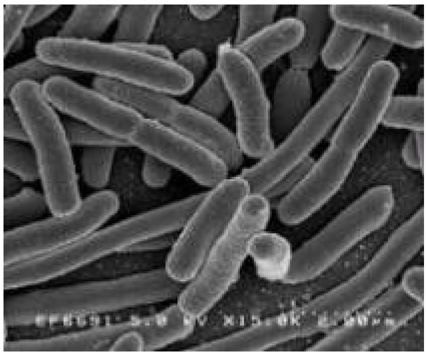
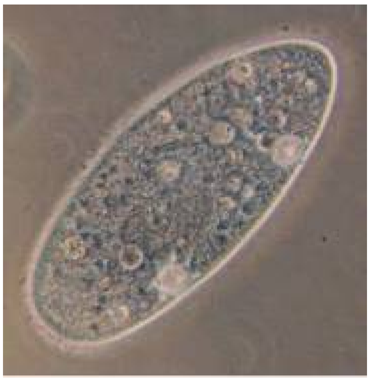
Logarithmusfunktionen

Stelle die Größe der „Lebewesen“ auf einer Skala dar.



Virus 10 nm


Bakterien 10 Mikrometer


Pantoffeltierchen 0,1 mm


Floh 1mm


Käfer 1cm

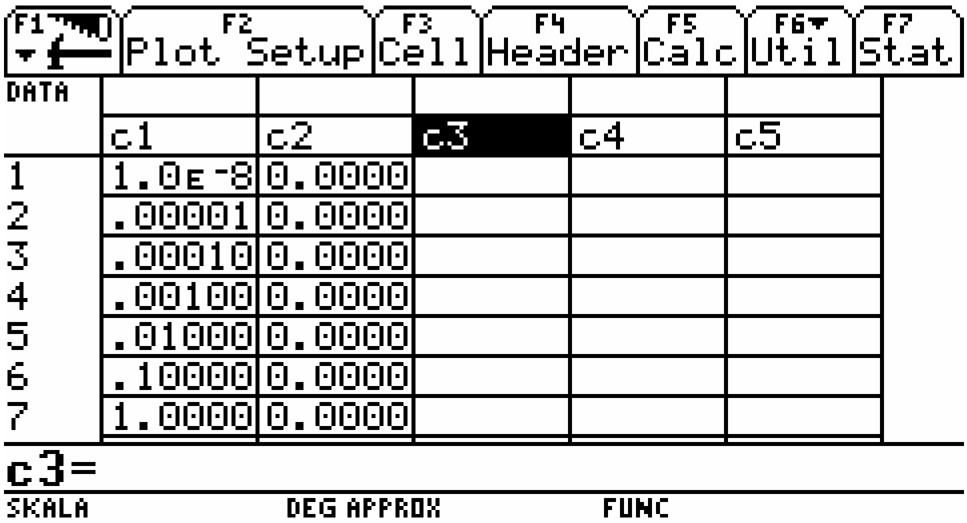

Maus 10 cm

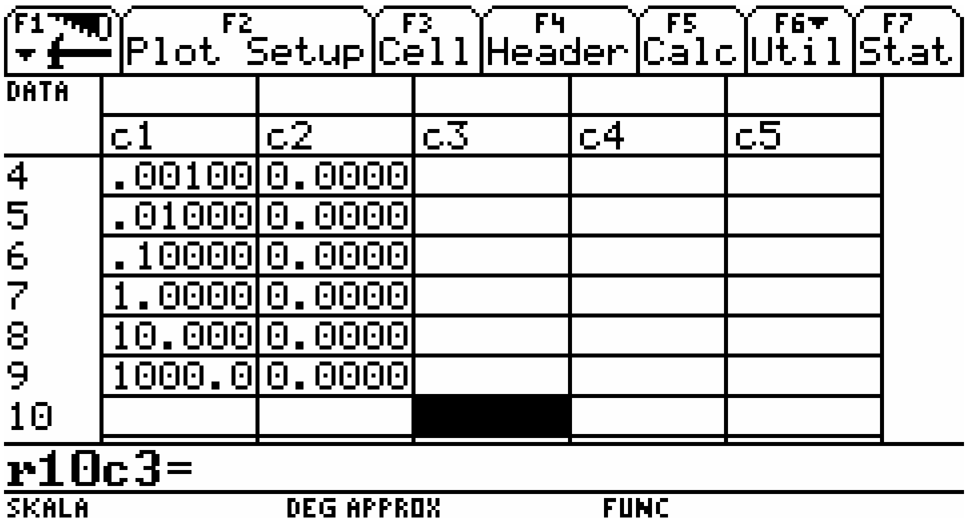

Rotfuchs 1m

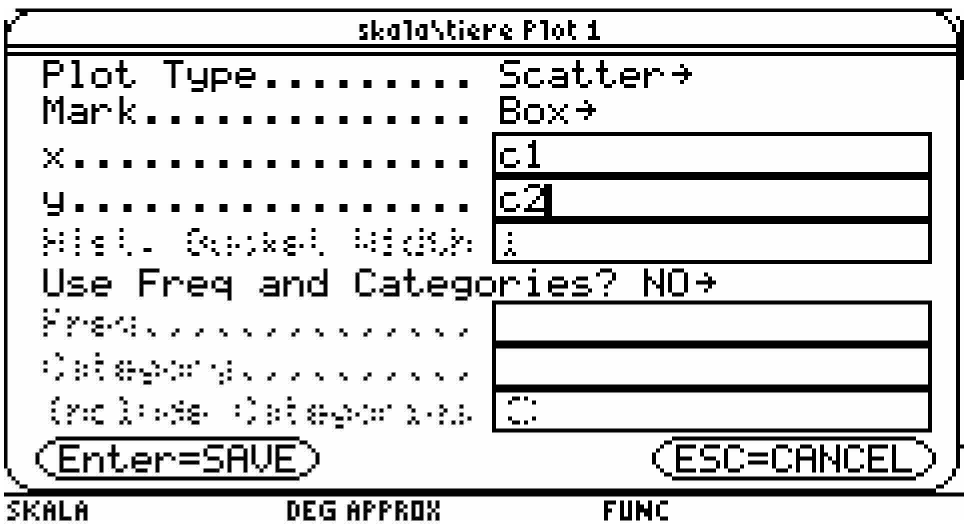

Großer Schwertwal 10 m

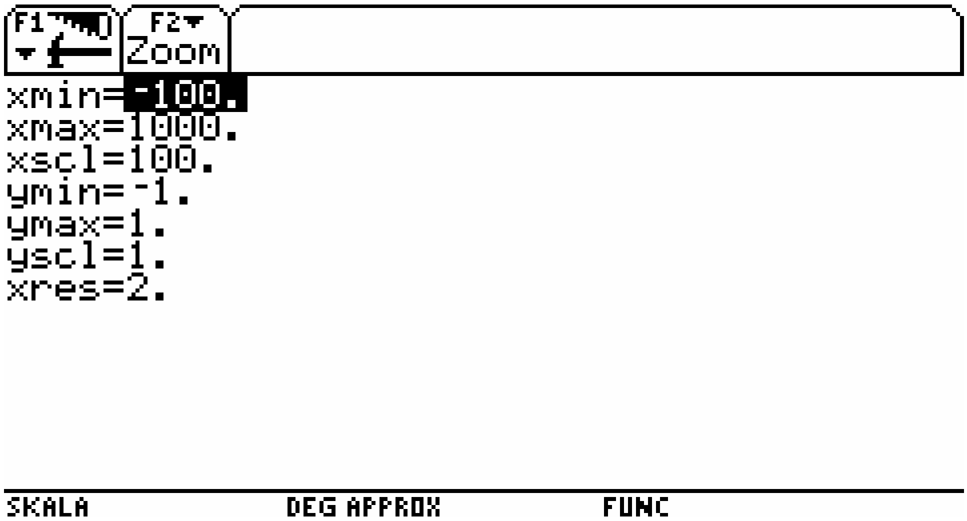
ohne Abbildung: Großes Pilzgeflecht 1 km   (Quelle Wikipedia)

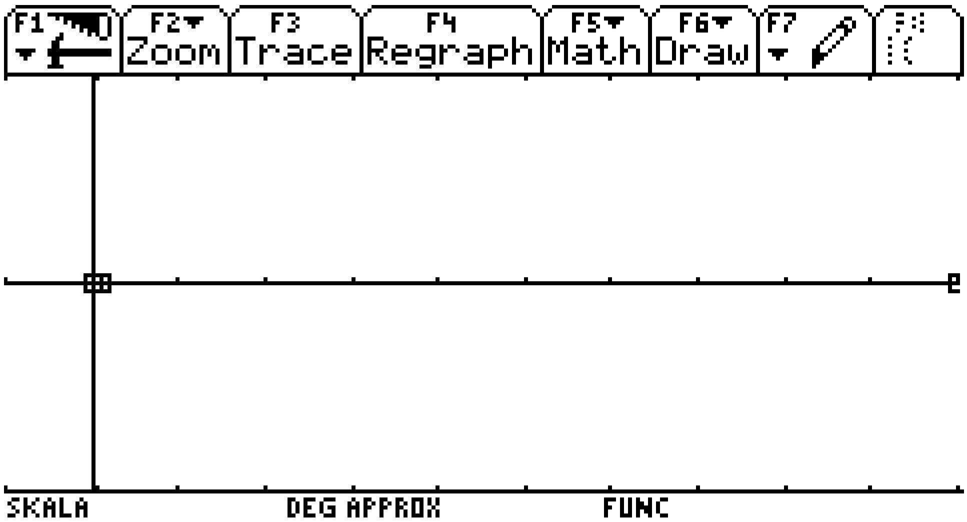
Eingabe der Punktepaare zur Darstellung auf der x-Achse (y-Wert ist 0)







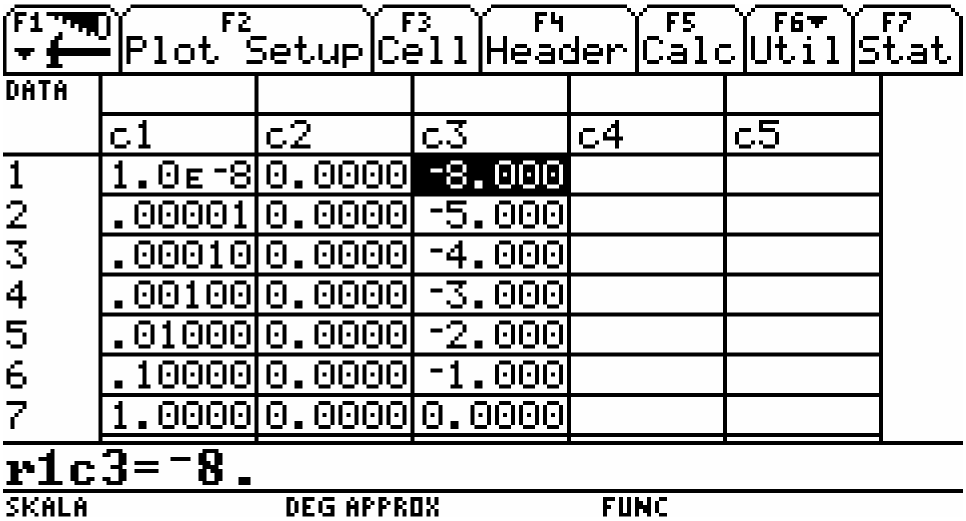


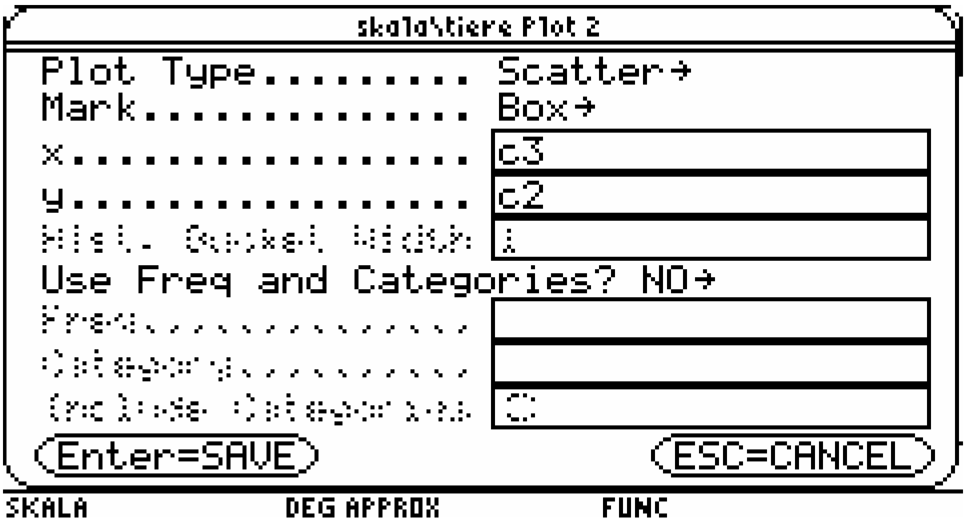


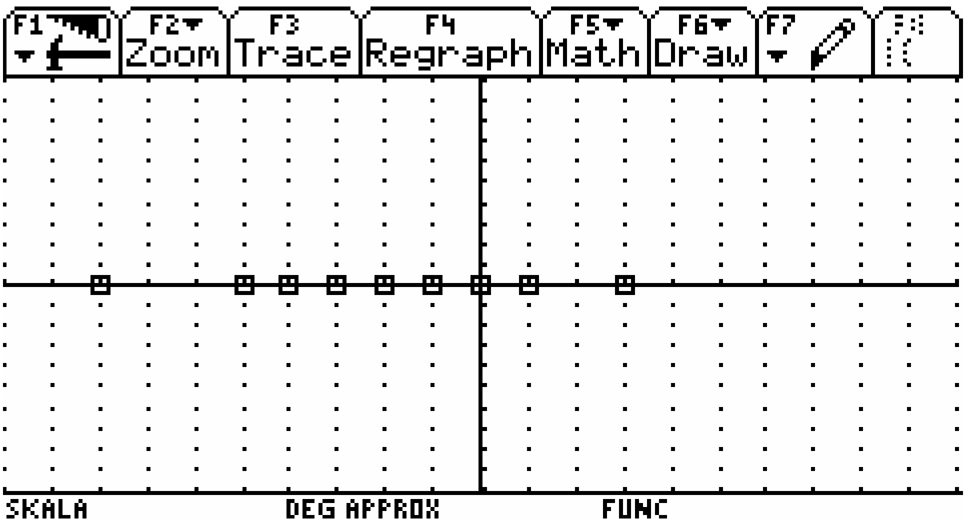
Lösung:
Es ist nicht möglich sämtliche Größen auf einer linearen Skala gleichzeitig darzustellen.

Hinweis:
Schreibe alle Größen in der Einheit Meter. Verwende die Zehnerpotenzdarstellung.

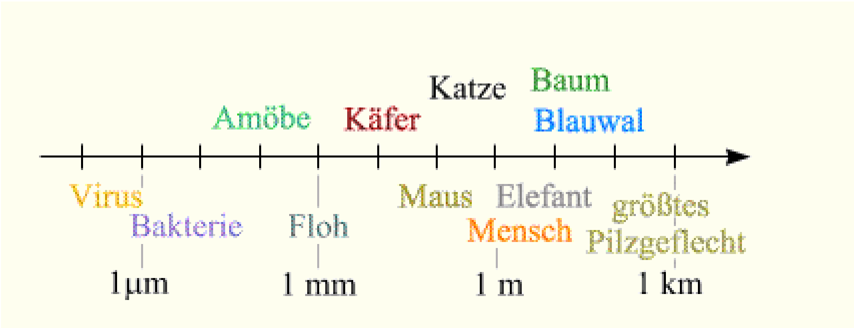
Ausweg: Es bietet sich an den Exponent der Zehnerpotenz aufzutragen.







Damit können alle Zahlen dargestellt werden.



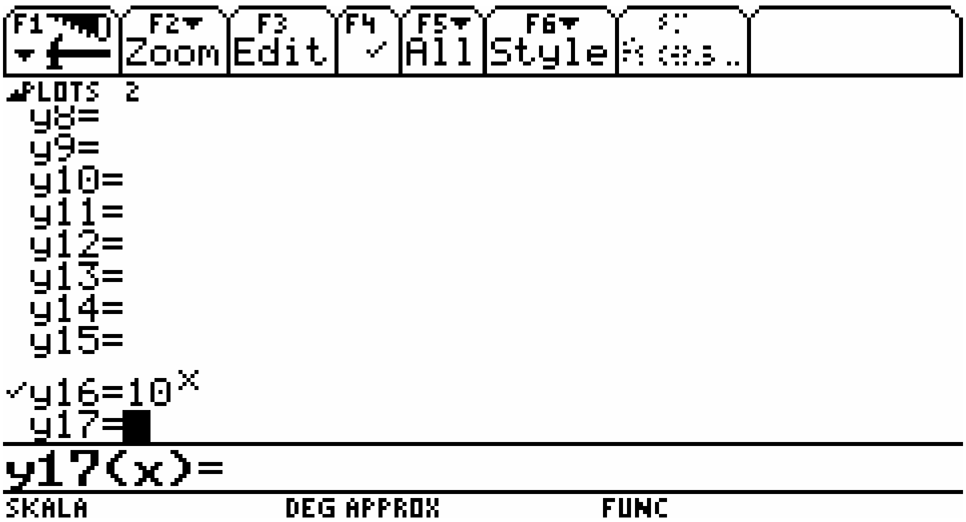
Wie sieht es aber mit Zahlen aus die keine Zehnerpotenzen sind?

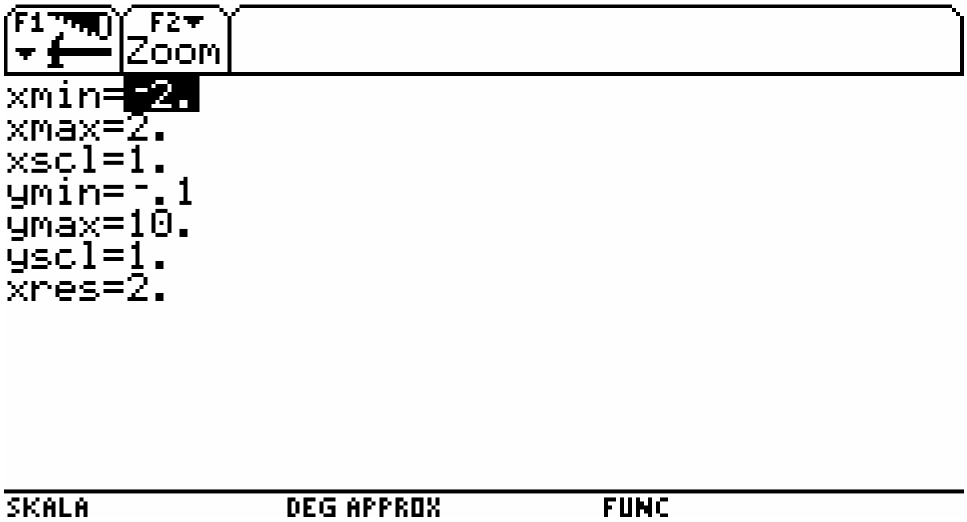
Kann man jede Zahl als Zehnerpotenz schreiben? Wie sehen die Exponenten dann aus?

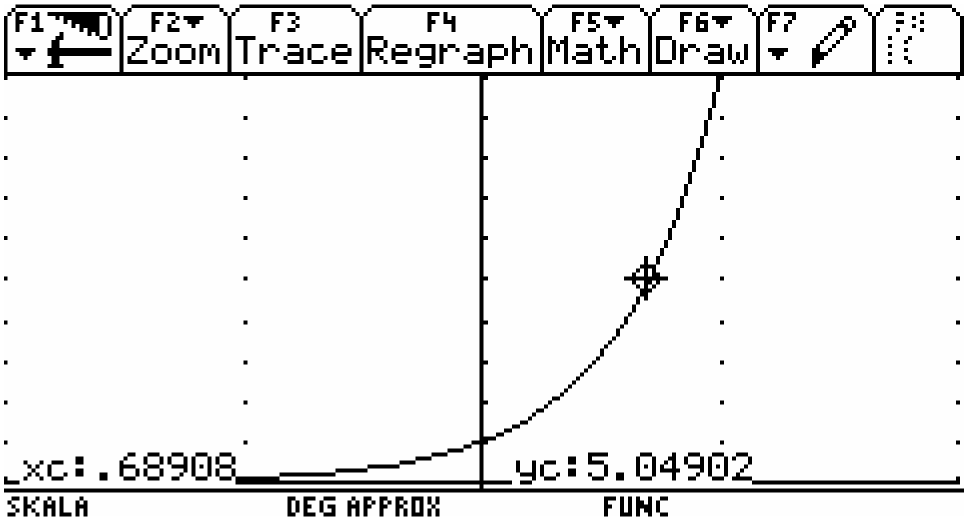
Für welche Zahl z gilt: $5 = 10^z$?

Es gibt eine Reihe von Möglichkeiten wie man vorgehen kann um z zu bestimmen:

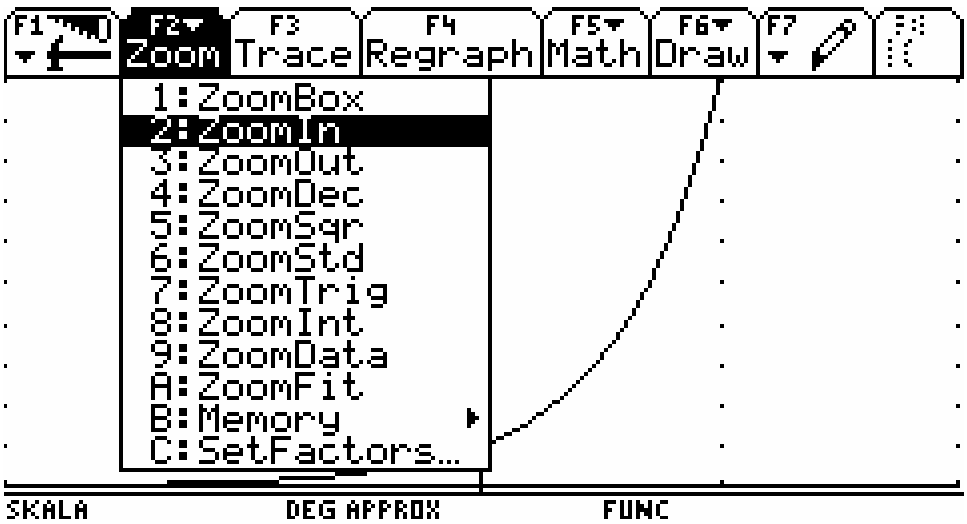
Graphische Darstellung der Funktion $f(x) = 10^x$:

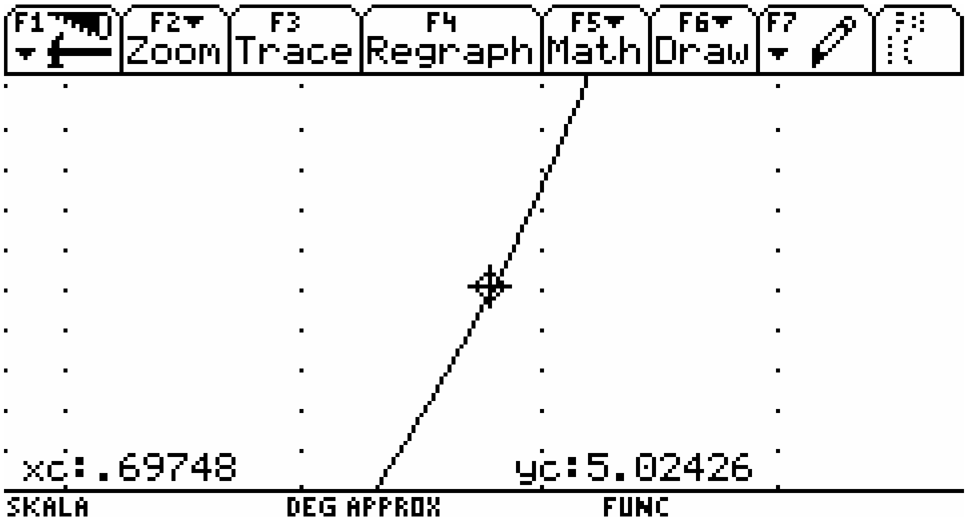




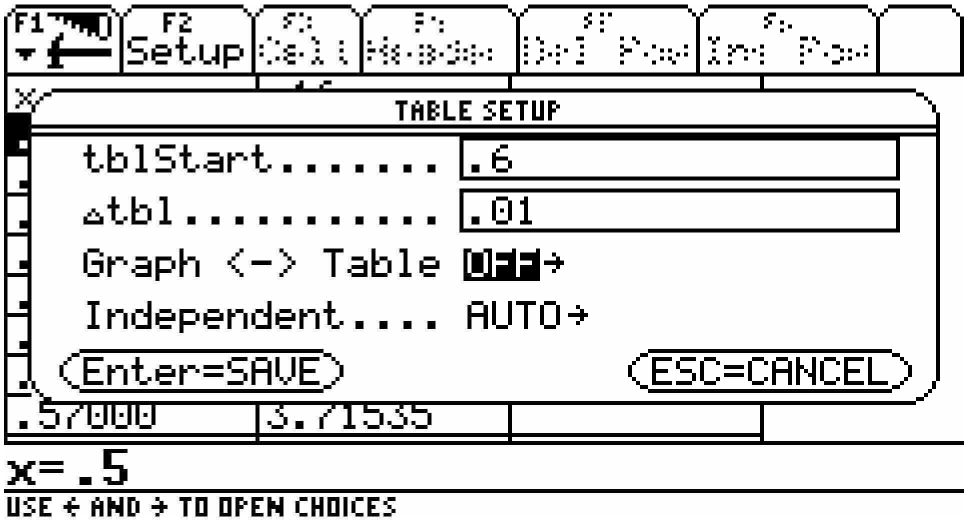


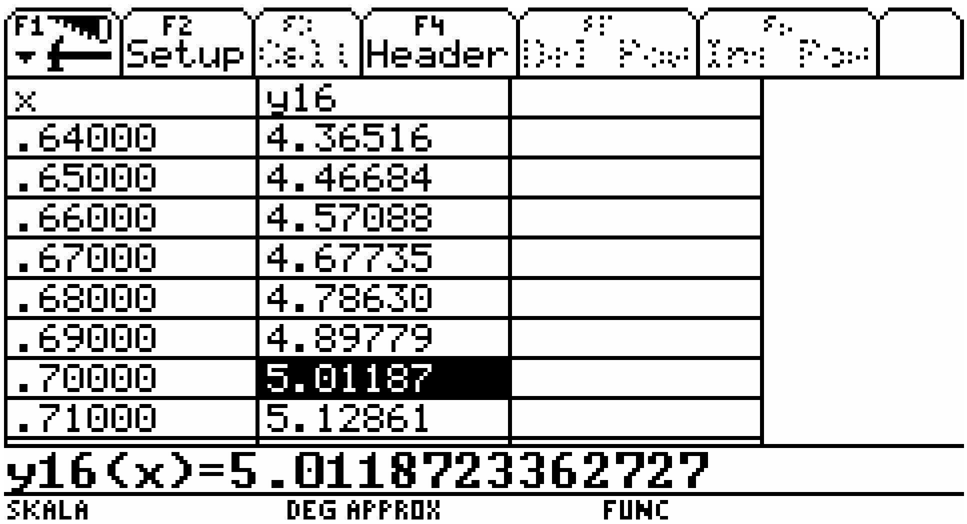
Wie man ablesen kann liegt der gesuchte Wert in der Nähe von 0,6.
Ein Zoom in den Graph führt zur Verbesserung des Wertes:

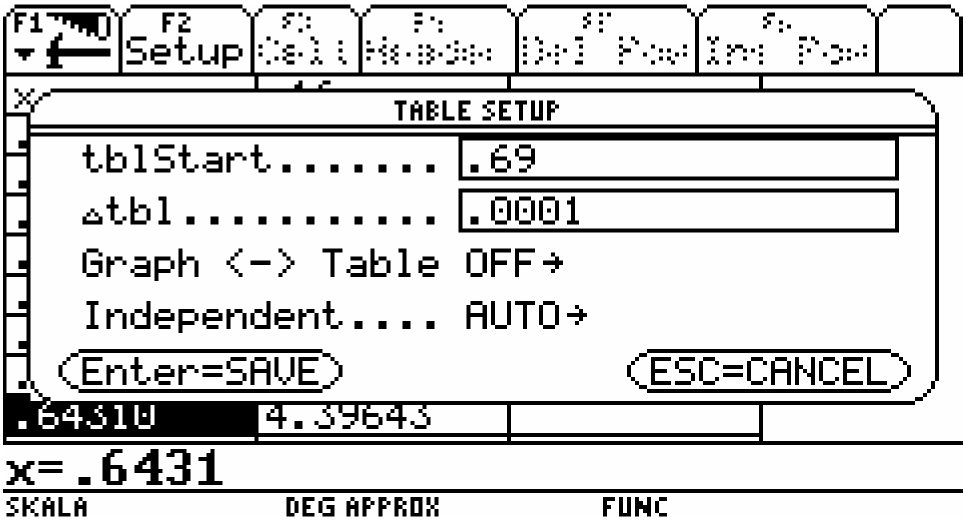


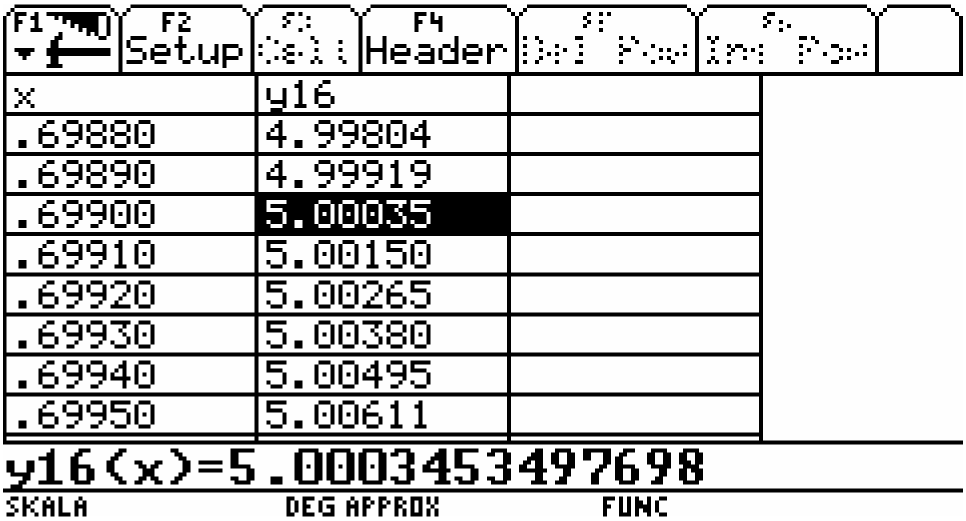


Weitere Möglichkeit: Suchen in der Wertetabelle:

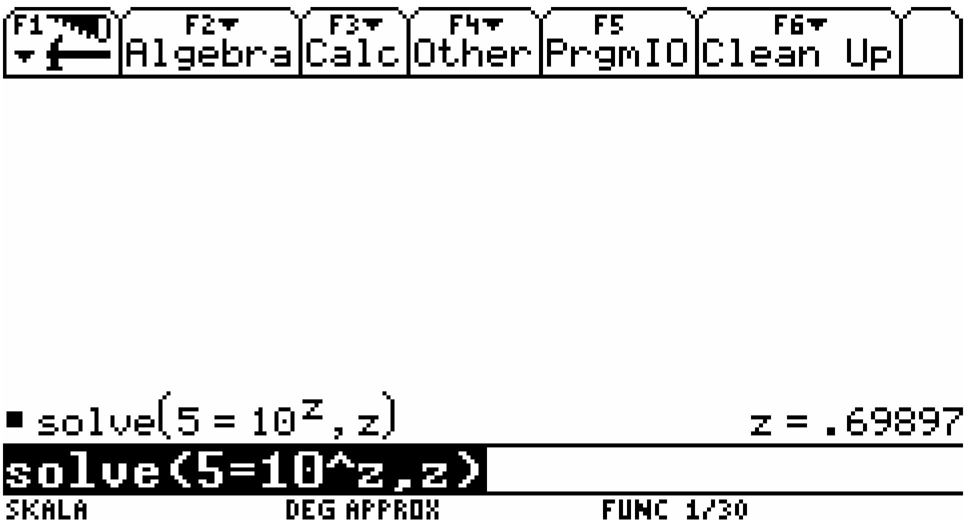






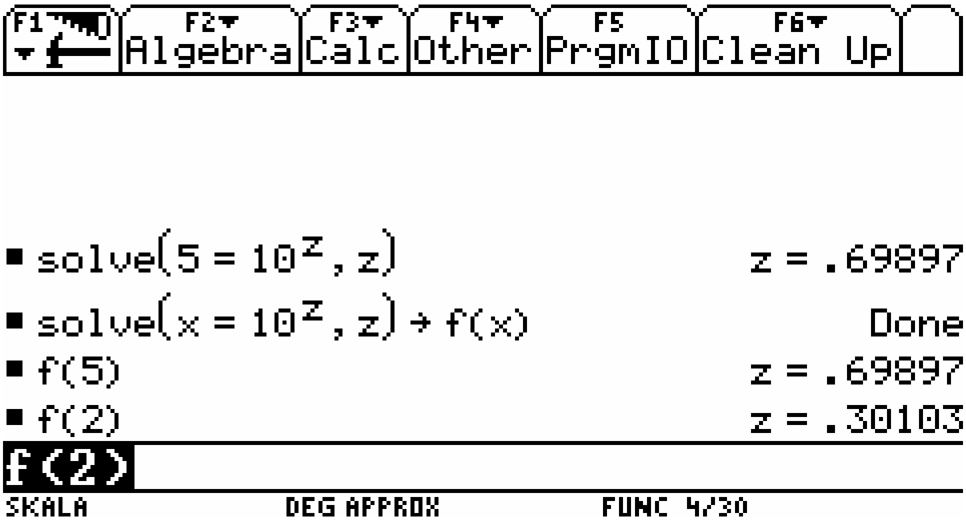


Weitere Möglichkeit: Einsatz von Computeralgebra:



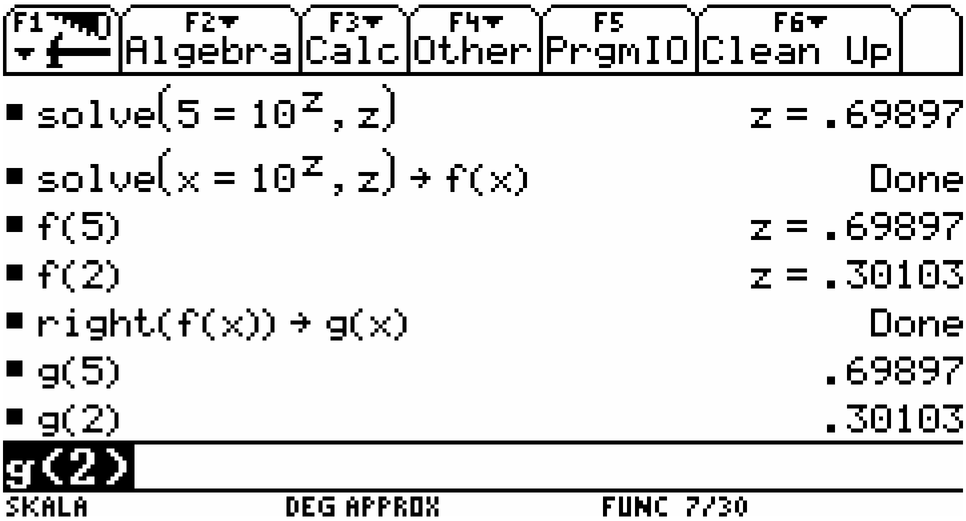
Verallgemeinerung dieses Verfahrens:

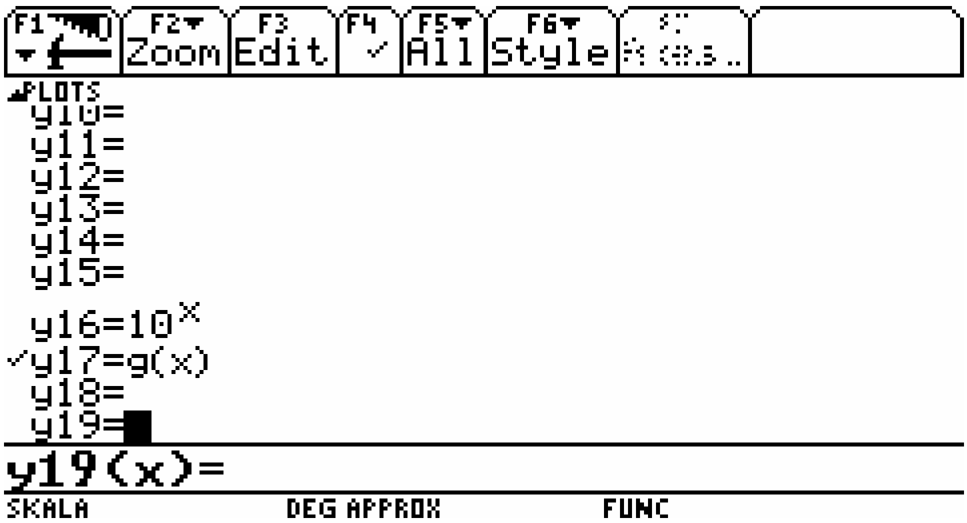
Wähle statt 5 nun eine beliebige Zahl x. Die sich ergebende Lösung wird als Wert einer Funktion f(x) interpretiert:



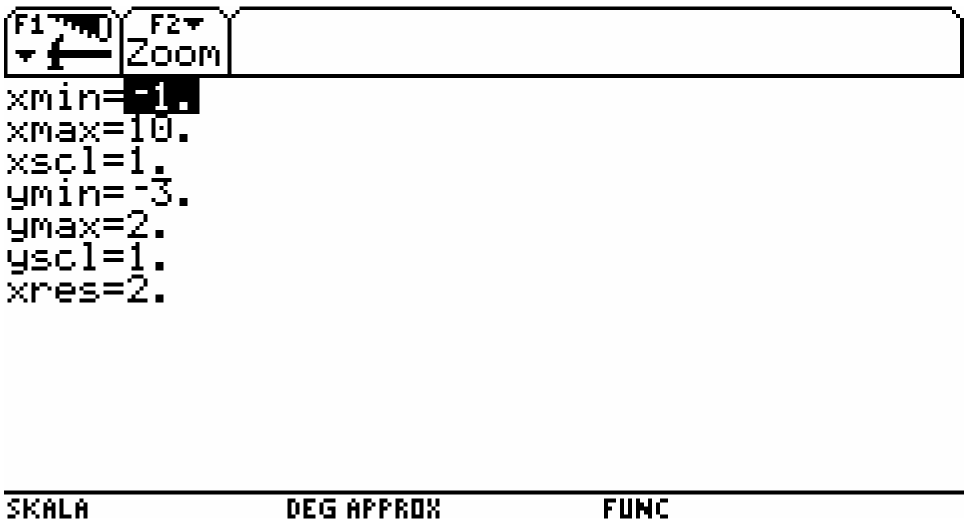
Wie sieht der Graph dieser Funktion aus?

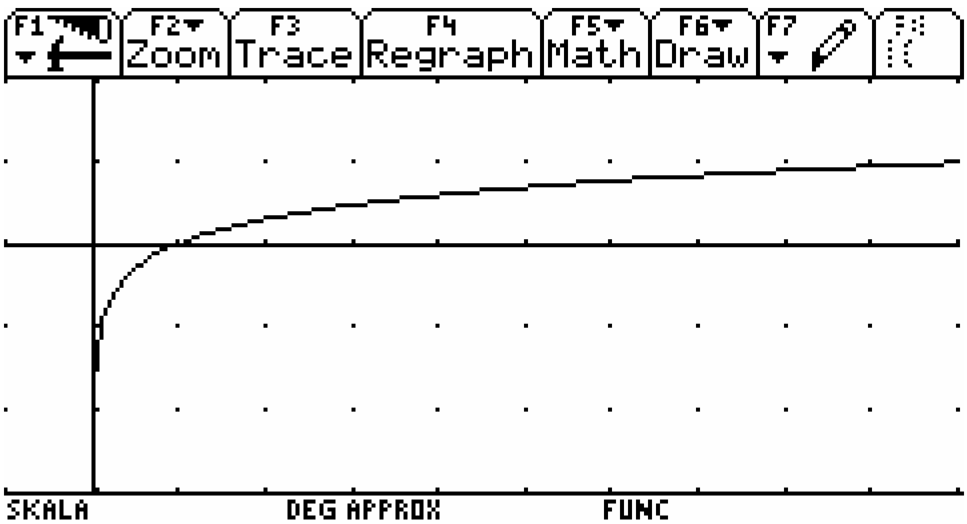
f(x) liefert als Wert eine Gleichung. Die rechte Seite dieser Gleichung ist der Funktionswert:



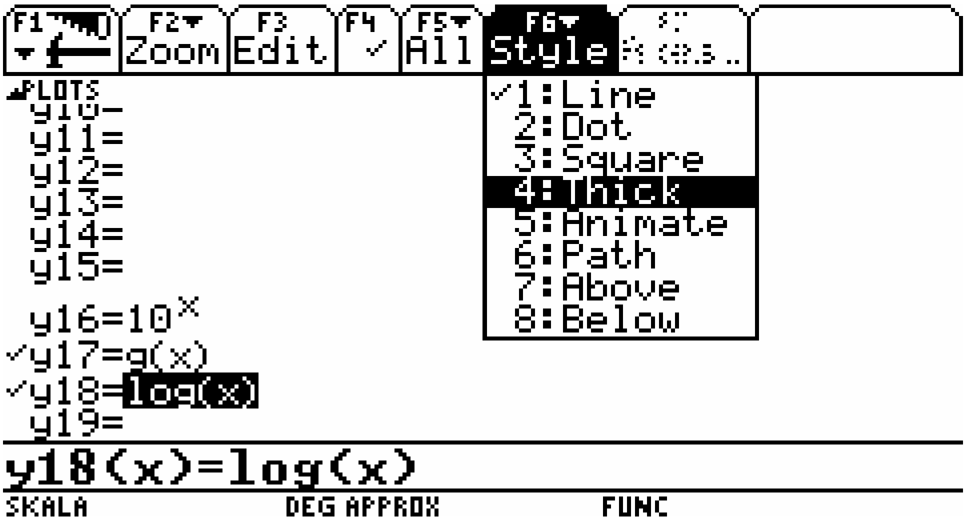


Einstellungen zum Zeichnen der Funktion:

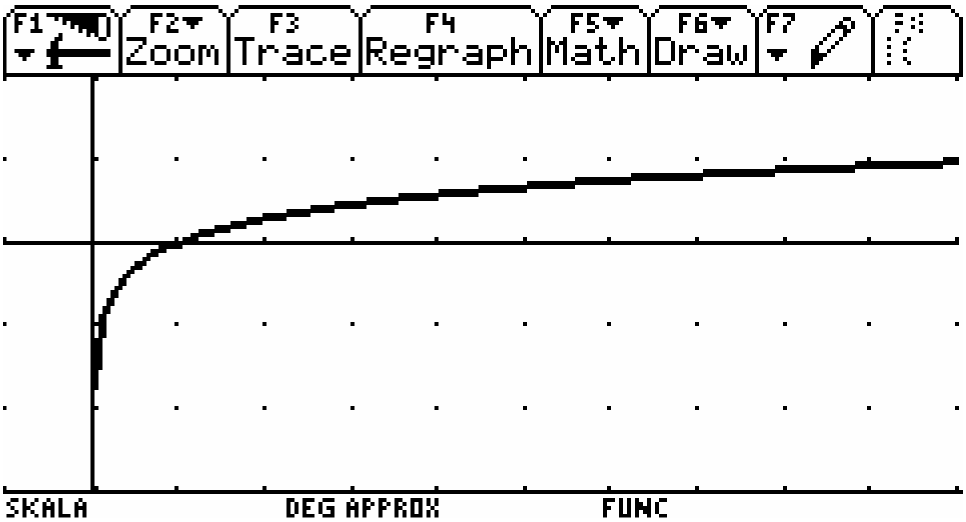




Die Funktion g(x) heißt Logarithmusfunktion zur Basis 10 und ist auf dem Rechner unter dem Namen log(x) vorhanden:

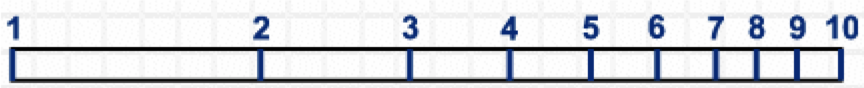


Demonstration durch das Zeichnen beider Graphen:



Aufgabe

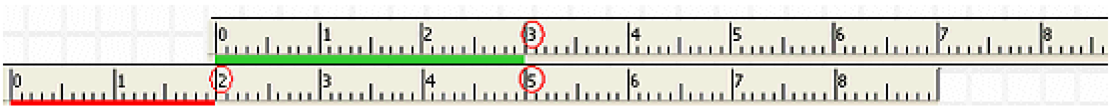
Stelle zwei logarithmische Skalen her, d.h. trage statt x den Wert log(x) auf, markiere diese Stelle aber mit x:



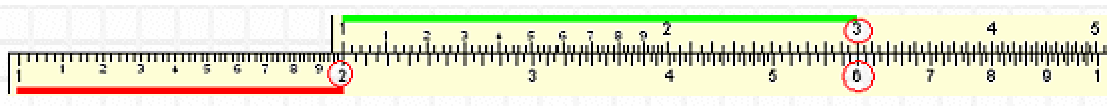
Experimentiere mit den beiden Skalen etwas. Was fällt auf?

Lösung:

Beim einer normalen Einteilung wird addiert:



Bei einer logarithmischen Einteilung wird multipliziert:



Rechenschieber

Vermutung:

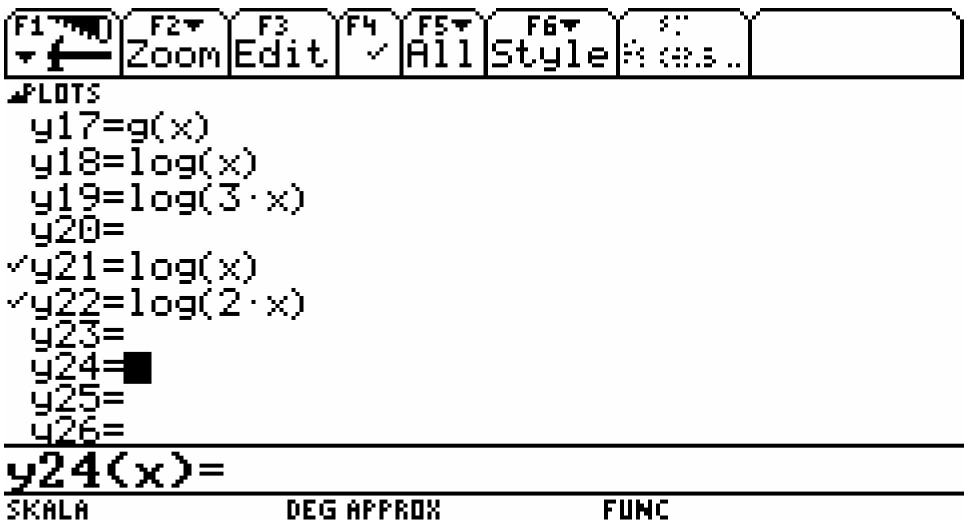
$$\log(x) + \log(y) = \log(x \cdot y)$$

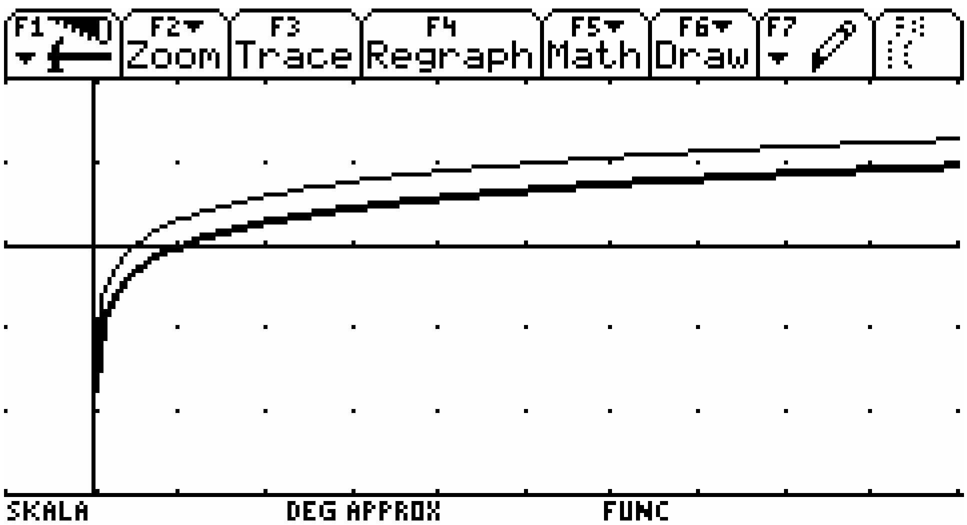
Aufgabe

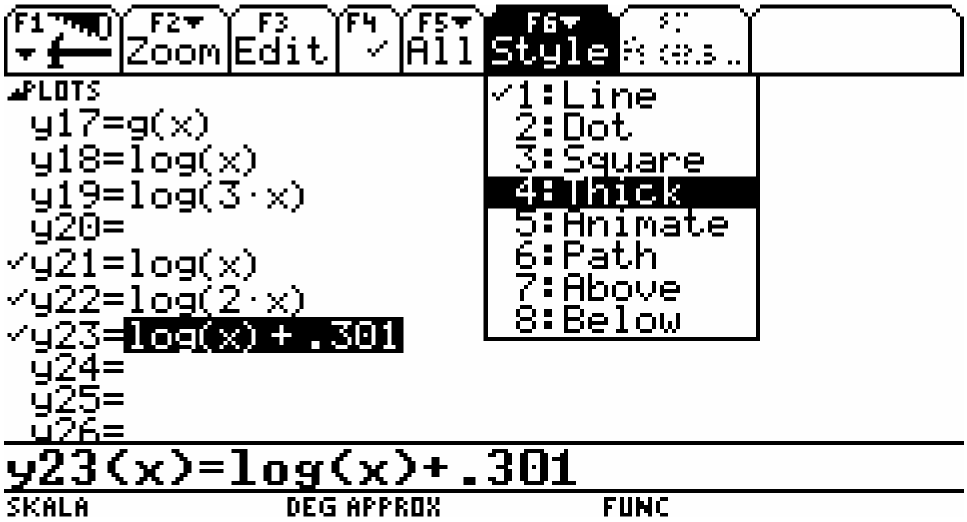
Für eine feste Zahl y, z.B. y=2 folgt aus $\log(x \cdot y) = \log(x) + \log(y)$ die Beziehung

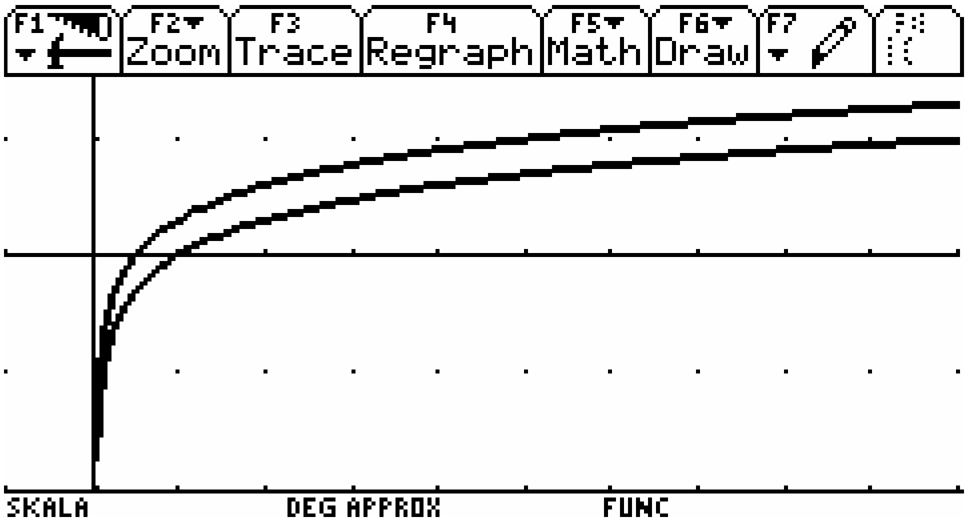
$$\log(2 \cdot x) = \log(x) + \log(2) = \log(x) + 0{,}301$$

d.h. die Graphen der Funktionen $\log(2 \cdot x)$ und log(x) gehen durch eine Verschiebung ineinander über.
Veranschauliche dies in einer Graphik.
Zeige an einem anderen Beispiel, dass diese Eigenschaft für andere Funktionen nicht gilt.

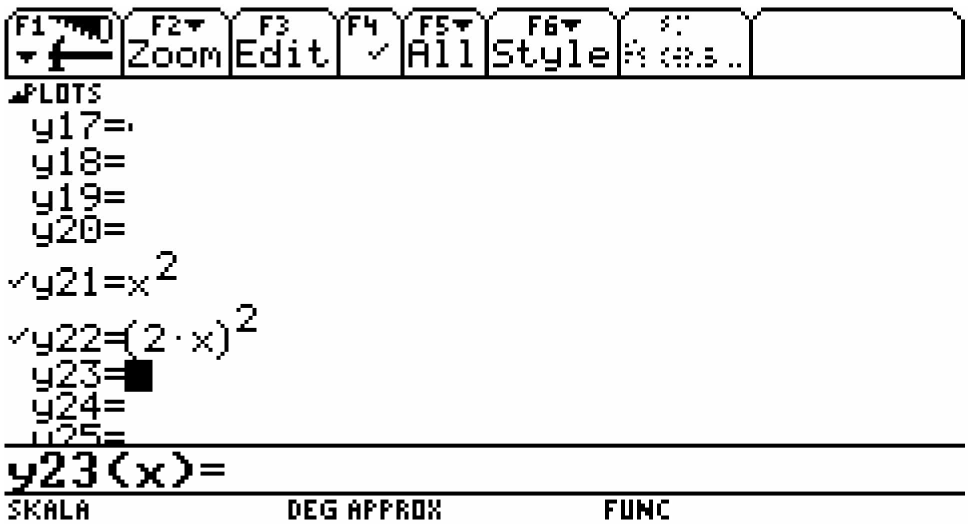


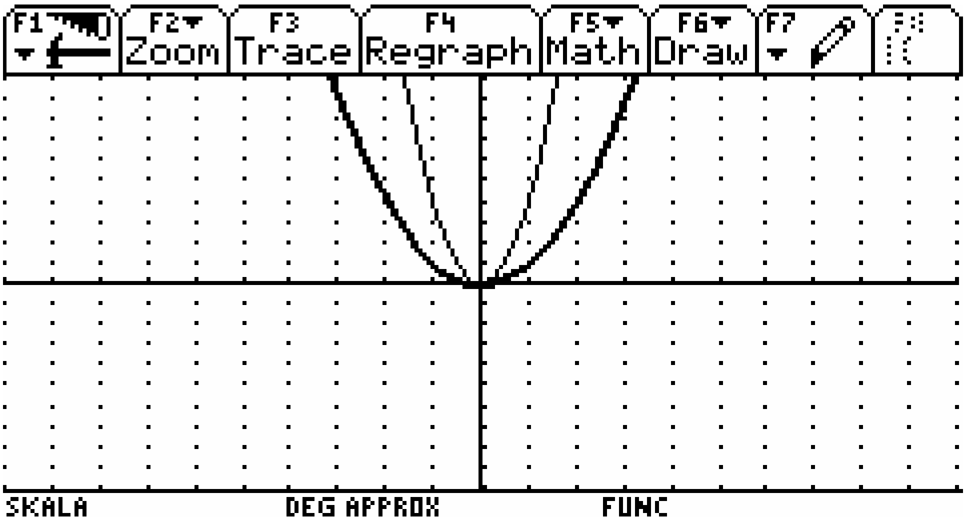






Gegenbeispiel





Beweis der Logarithmengesetze über die Potenzrechenregeln.

Mögliche Weiterführungen des Themas

Die Reise zu den Liliputanern

3. Keplersches Gesetz

Champion