Aufgabeneinheit 4: In 3 Runden zum Erfolg! – Ein Gruppenwettbewerb!

Franz-Josef Göbel / Ralf Nagel / Helga Schmidt / Armin Baeger

Die im Folgenden beschriebene Unterrichtseinheit, die als Wettbewerb zwischen Schülergruppen angelegt ist, hat fachlich das Sichern und Üben der Grundrechenarten mit rationalen Zahlen zum Inhalt. Darüber hinaus werden mit dem Arbeiten in Gruppen spezielle methodische Ziele verfolgt. Zum einen sollen Fehler einzelner Schülerinnen und Schüler konstruktiv genutzt werden, um in der Gruppe gemeinsam Verständnis und Anwendung der benötigten Rechenregeln zu klären („Aus Fehlern lernen"). Ferner sollen die Schülerinnen und Schüler selbstständig zusammenarbeiten, sich gegenseitig die Aufgaben erklären und dafür sorgen, dass *alle* Gruppenmitglieder die geforderten Aufgabentypen verstehen und lösen können.

Die Einheit gliedert sich in 6 Phasen, die unterschiedliche Funktionen haben:

Einführungsphase:

Selbstständige Wiederholung der Grundrechenarten mit rationalen Zahlen (falls erforderlich).	EA/PA: Die Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, das Thema anhand des Hausheftes, des Schulbuches, einer Formelsammlung etc. gezielt aufzuarbeiten. Dies kann auch in die Hausaufgabe verlagert werden.

Übungsphase I:

Übung in der Gruppe durch Lösen vorgegebener Aufgaben. Fehler einzelner Schülerinnen und Schüler beim Lösen dieser Aufgaben werden genutzt, um in der Gruppe gemeinsam Verständnis und Anwendung der benötigten Rechenregeln zu klären. Wichtig: *Alle* Gruppenmitglieder müssen die gestellten Aufgaben verstanden haben und lösen können.	Es werden leistungsheterogene Zufallsgruppen durch Setz- und Losverfahren gebildet. In jeder Gruppe werden mehrere Übungsaufgaben bearbeitet: – EA: Alle Schülerinnen und Schüler versuchen, die Aufgaben allein zu lösen. (Dies kann auch als Hausaufgabe gestellt werden.) – PA: Vergleich und Austausch der Ergebnisse. – GA: Vergleich und evtl. gemeinsames Lösen der Aufgaben: Die Schülerinnen und Schüler helfen sich gegenseitig und machen auch die schwächeren Gruppenmitglieder fit für die folgende Testphase.

Testphase I:

Jede Schülerin/jeder Schüler wendet die in der Übungsphase erworbenen bzw. geübten Kenntnisse und Fertigkeiten in einem Test an. Bewertet werden aber nicht die Einzelleistungen, sondern die Leistungen der Gruppen.	– EA: Jede Schülerin/jeder Schüler bearbeitet allein die Testaufgaben. – Die ausgefüllten Testblätter der Gruppenmitglieder werden gesammelt und als Set an eine andere Gruppe zur Korrektur gegeben (Lösungsblatt zur Verfügung stellen!). – Die Korrekturgruppen ermitteln die jeweilige Gruppenpunktzahl (Mittelwert der von allen Gruppenmitgliedern erzielten Punkte). – Es wird eine Rangordnung der einzelnen Gruppen nach erreichter Gruppenpunktzahl erstellt.

Phase „Aus Fehlern lernen“

Die in der Testphase gemachten Fehler werden genutzt, um Unklarheiten und Verständnisschwierigkeiten zu beseitigen und offene Fragen zu klären. Dies soll in den Gruppen weitgehend selbstständig geschehen.	GA: Aufarbeiten der gemachten Fehler und gemeinsames Klären offener Fragen.

Übungsphase II:

Wie Übungsphase I. Ein Anreiz für erneute Bemühungen um Können und Fertigkeiten aller Gruppenmitglieder ist die Tatsache, dass in der folgenden zweiten Testphase die Gruppe ihr Gesamtergebnis verbessern kann.	In jeder Gruppe werden mehrere Übungsaufgaben bearbeitet: – Lösung der Aufgaben in EA. – PA: Vergleich und Austausch der Ergebnisse. – GA: Vergleich und evtl. gemeinsames Lösen der Aufgaben mit dem Ziel, alle Gruppenmitglieder für die zweite Testphase vorzubereiten.

Testphase II:

Wie Testphase I.	– Bearbeitung der Testaufgaben in EA. – Korrektur der Lösungen der Mitglieder einer Gruppe durch eine andere Gruppe. – Ermittlung der Gruppenpunktzahl durch die Korrekturgruppe. – Gesamtergebnis einer Gruppe = Summe der Gruppenpunktzahlen aus beiden Testphasen. – Erstellen einer Rangordnung der einzelnen Gruppen nach erreichter Gesamtpunktzahl.

Die Aufgaben für die Übungs- und Testphasen müssen von der Lehrkraft dem Leistungsniveau der Klasse entsprechend ausgewählt bzw. erstellt werden. Exemplarisch sind im Folgenden Arbeitsblätter mit Aufgaben mittleren Anspruchsniveaus beigefügt.

Übungsphase I

- EA: Bearbeite Aufgaben 1, 2 und 3 in Einzelarbeit.
- PA: Vergleiche die Ergebnisse mit deinem Nachbarn/deiner Nachbarin.
- GA: Vergleicht die Ergebnisse innerhalb eurer Gruppe und helft euch gegenseitig, so dass alle die Aufgaben und den jeweiligen Lösungsweg verstanden haben.

Aufgabe 1
Schreibe die entsprechenden Rechenregeln in das jeweilige vorgesehene Kästchen und berechne dann, wie im Beispiel angegeben, das Ergebnis.

Beispiel $-7+5\cdot(-12)$ $=-7-60$ $=-67$	**Rechenregel:** Punkt vor Strich		**Rechenregel:**
a) $-13-12\cdot(-4)$		c) $14-8+8\cdot(-2-14)$	
b) $[-15-(-7+27)]:(-5)$		d) $\left(-\frac{3}{4}-\frac{1}{12}\right):\left(-\frac{6}{5}\right)$	

Aufgabe 2
In den folgenden Termen fehlen Klammern. Schreibe die Terme mit allen Klammern in die darunter liegende freie Zeile.

a) $85-5\cdot(-6)=-480$

b) $-35-15+5\cdot(-6)=270$

Aufgabe 3
Berechne die Terme.

a) $[-0{,}7-1{,}5\cdot(-0{,}6)]:0{,}02$

b) $-0{,}4-1{,}2\cdot(-0{,}08)-0{,}2\cdot(-0{,}05)$

Testphase I

EA: Bearbeite Aufgaben 1 und 2.

Aufgabe 1 Berechne die Terme.			
	Punkte		Punkte
a) $-35-17\cdot 8+64$	/2	b) $-6\cdot[-15-8\cdot(-9)]$	/2
c) $-0{,}4-0{,}3\cdot 2{,}5-(-4{,}5-12{,}5)$	/2	d) $-6\cdot\left[\frac{1}{6}+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$	/2

Aufgabe 2	
In den folgenden Aufgaben fehlen Klammern. Schreibe die Aufgaben mit allen Klammern rechts in das Kästchen.	
	Punkte
a) $-18-12\cdot 6+38=-128$	/2
b) $-18-12\cdot 6+38=-142$	/2

Zwischensumme I:

Gruppe:	Punkte: /12

Übungsphase II

- EA: Bearbeite Aufgaben 1, 2 und 3 in Einzelarbeit.
- PA: Vergleiche die Ergebnisse mit deinem Nachbarn/deiner Nachbarin.
- GA: Vergleicht die Ergebnisse innerhalb eurer Gruppe und helft euch gegenseitig, so dass alle die Aufgaben und den jeweiligen Lösungsweg verstanden haben.

Aufgabe 1 Schreibe zuerst den Term vollständig hin und berechne dann das Ergebnis.	**Lösung**
Beispiel: Multipliziere (-8) mit der Summe von (-7) und 23.	$-8\cdot(-7+23)$ $=-8\cdot 16$ $=-128$
a) Dividiere die Summe der Zahlen (-44) und 19 durch (-5)	
b) Multipliziere die Summe von 15,5 und $(-5{,}5)$ mit der Differenz dieser Zahlen.	
c) Subtrahiere von der Differenz der Zahlen (-36) und +18 das Produkt der Zahlen (-15) und +24.	
d) Auf Frau Müllers Konto (Kontostand – 236 €) werden folgende Buchungen vorgenommen: Stromrechnung: 78,9 € Miete: 689 € Telefonrechnung: 89,6 € Gehalt: 3256 € Stelle einen Term auf und berechne den neuen Kontostand.	

Testphase II

EA: Bearbeite Aufgabe 1.

Aufgabe 1 Schreibe zuerst den Term vollständig hin und berechne dann das Ergebnis.	**Lösung** Punkte
a) Addiere zum Quotienten aus (-36) und +4 das Produkt aus $(-2{,}5)$ und +24	/3
b) Multipliziere die Summe aus (-2) und $+\frac{1}{5}$ mit der Differenz aus (-1) und $\frac{1}{4}$	/3
c) Subtrahiere von 50 die Summe der Zahlen 134 und 96 und addiere dann (-72)	/3
d) Frau Simmers Konto hat einen Stand von –60,60 €. Es werden folgende Buchungen ausgeführt: Telefonrechnung: 120,25 €; Kosten für eine Reise: 1245 €; Gehalt: 3247,80 €; Zinsgutschrift: 124 €; Krankenversicherung: 245 €. Stelle einen Term auf und berechne den neuen Kontostand.	/3

Zwischensumme II:

Gruppe:	Punkte: /12

Auswertungsbogen zum Gruppenwettbewerb Mathematik

	Gruppe 1	Gruppe2	Gruppe 3	Gruppe 4	Gruppe 5	...
Testphase I						
Zwischensumme I (arithmetisches Mittel)						
Testphase II						
Zwischensumme II (arithmetisches Mittel)						
Gesamtsumme (Summe der Zwischensummen I und II)						
Platzierung						

Lösungen

Übungsphase I

- EA: Bearbeite Aufgaben 1, 2 und 3 in Einzelarbeit
- PA: Vergleiche die Ergebnisse mit deinem Nachbarn/deiner Nachbarin.
- GA: Vergleicht die Ergebnisse innerhalb eurer Gruppe und helft euch gegenseitig, so dass alle die Aufgaben und den jeweiligen Lösungsweg verstanden haben.

Aufgabe 1
Schreibe die entsprechenden Rechenregeln in das jeweilige vorgesehene Kästchen und berechne dann, wie im Beispiel angegeben, das Ergebnis.

Beispiel $-7+5\cdot(-12)$ $=-7-60$ $=-67$	**Rechenregel:** Punkt vor Strich		**Rechenregel:**
a) $-13-12\cdot(-4)$ = -13 + 48 = 35	Punkt vor Strich	c) $14-8+8\cdot(-2-14)$ =14 – 8 + 8 · (-16) =14 – 8 – 128 = - 122	Punkt vor Strich, Klammern zuerst berechnen
b) $[-15-(-7+27)]:(-5)$ = [-15 – 20] : (-5) = - 35 : (-5) = 7	Klammern zuerst berechnen	d) $\left(-\frac{3}{4}-\frac{1}{12}\right):\left(-\frac{6}{5}\right)$ $=+\frac{10\cdot 5}{12\cdot 6}=\frac{50}{72}=\frac{25}{36}$	Klammern zuerst berechnen

Aufgabe 2
In den folgenden Termen fehlen Klammern. Schreibe die Terme mit allen Klammern in die darunter liegende freie Zeile.

a) $85-5\cdot(-6)=-480$ [85 – 5]· (-6) = – 480
b) $-35-15+5\cdot(-6)=270$ = [– 35 – 15 + 5] · (-6) = (-45) · (-6) = 270

Aufgabe 3
Berechne die Terme.

a) $[-0{,}7-1{,}5\cdot(-0{,}6)]:0{,}02$ = (-0,7 + 0,9) : 0,02 = 0,2 : 0,02 = 10	b) $-0{,}4-1{,}2\cdot(-0{,}08)-0{,}2\cdot(-0{,}05)$ = - 0,4 + 0,096 + 0,01 = - 0,4 + 0,106 = - 0,294

Lösungen

Testphase I

EA: Bearbeite Aufgaben 1 und 2.

Aufgabe 1	
Punkte	Punkte
a) $-35-17\cdot 8+64$ /2 = - 35 – 136 + 64 = - 171 + 64 = - 107	b) $-6\cdot[-15-8\cdot(-9)]$ /2 = - 6 · (- 15 + 72) = - 6 · 57 = - 342
c) $-0{,}4-0{,}3\cdot 2{,}5-(-4{,}5-12{,}5)$ /2 = - 0,4 – 0,75 – (-17) = - 0,4 – 0,75 + 17 = - 1,15 + 17 = 15,85	d) $-6\cdot\left[\frac{1}{6}+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$ /2 $=-6\cdot\left(-\frac{2}{6}\right)+\frac{3}{8}=2+\frac{3}{8}=2\frac{3}{8}$

Aufgabe 2 In den folgenden Aufgaben fehlen Klammern. Schreibe die Aufgaben mit allen Klammern rechts in das Kästchen	
	Punkte
a) $-18-12\cdot 6+38=-128$	- 18 – (12 · 6 + 38) = /2 - 18 – 110 = - 128
b) $-18-12\cdot 6+38=-142$	(- 18 – 12) · 6 + 38 = /2 - 30 · 6 + 38 = - 180 + 38 = - 142

Lösungen

Übungsphase II

- EA: Bearbeite Aufgaben 1, 2 und 3 in Einzelarbeit.
- PA: Vergleiche die Ergebnisse mit deinem Nachbarn/deiner Nachbarin.
- GA: Vergleicht die Ergebnisse innerhalb eurer Gruppe und helft euch gegenseitig, so dass alle die Aufgaben und den jeweiligen Lösungsweg verstanden haben.

Aufgabe 1 Schreibe zuerst den Term vollständig hin und berechne dann das Ergebnis.	**Lösung**
Beispiel: Multipliziere (-8) mit der Summe von (-7) und 23.	$-8\cdot(-7+23)$ $=-8\cdot 16$ $=-128$
a) Dividiere die Summe der Zahlen (-44) und 19 durch (-5)	(-44 + 19) : (-5) = - 25 : (-5) = 5
b) Multipliziere die Summe von 15,5 und $(-5{,}5)$ mit der Differenz dieser Zahlen.	(15,5 + (-5,5)) · (15,5 – (-5,5)) = (15,5 – 5,5) · (15,5 + 5,5) = 10 · 21 = 210
c) Subtrahiere von der Differenz der Zahlen (-36) und +18 das Produkt der Zahlen (-15) und +24.	(-36 – 18) – (-15 · 24) = - 54 – (- 360) = - 54 + 360 = 306
d) Auf Frau Müllers Konto (Kontostand – 236 €) werden folgende Buchungen vorgenommen: Stromrechnung: 78,90 € Miete: 689 € Telefonrechnung: 89,60 € Gehalt: 3256 € Stelle einen Term auf und berechne den neuen Kontostand.	-236 € - 78,90 € - 689 € - 89,60 € + 3256 € = - 1093,50 € + 3256 € = 2162,50 €

Lösungen

Testphase II

EA: Bearbeite Aufgabe 1 .

Aufgabe 1 Schreibe zuerst den Term vollständig hin und berechne dann das Ergebnis.	**Lösung** Punkte
a) Addiere zum Quotienten aus (-36) und +4 das Produkt aus $(-2{,}5)$ und +24	/3 - 36 : 4 + (-2,5) · (+ 24) = - 9 + (- 60) = - 69
b) Multipliziere die Summe aus (-2) und $+\frac{1}{5}$ mit der Differenz aus (-1) und $\frac{1}{4}$	/3 $\left(-2+\frac{1}{5}\right)\cdot\left((-1)-\frac{1}{4}\right)$ $=-\frac{9}{5}\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)$ $=\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}$
c) Subtrahiere von 50 die Summe der Zahlen 134 und 96 und addiere dann (-72)	/3 (50 – (134 + 96)) + (-72) = (50 – 230) – 72 = - 180 – 72 = - 252
d) Frau Simmers Konto hat einen Stand von –60,60 €. Es werden folgende Buchungen ausgeführt: Telefonrechnung: 120,25€; Kosten für eine Reise: 1245 €; Gehalt: 3247,80 €; Zinsgutschrift: 124€; Krankenversicherung: 245€. Stelle einen Term auf und berechne den neuen Kontostand.	/3 -60,60 € - 120,25 € - 1245 € + 3247,80 € + 124 € - 245 € = -1670,85 € + 3371,80 € =1700,95 €

Möglichkeiten zur Weiterarbeit nach Durchführung des Wettbewerbs

Wenn das Rechnen mit rationalen Zahlen weiter vertieft und dabei auch offenere Aufgabenstellungen einbezogen werden sollen, bietet sich insbesondere in leistungsstärkeren Klassen an, dass die Schülerinnen und Schüler selbst Aufgaben erstellen, die dann von jeweils anderen Schülerinnen und Schülern gelöst werden.

Das folgende gestufte Vorgehen greift die Idee der selbstständig arbeitenden Schülergruppen auf, die auch dem Wettbewerb zu Grunde liegt:

1. Schritt (PA):
Je 2 Schülerinnen und Schüler erstellen gemeinsam mit Hilfe des Heftes, des Buches und vorheriger Übungsaufgaben 4 neue, „knifflige“ Übungsaufgaben sowie die zugehörigen Lösungen einschließlich Lösungsweg.

2. Schritt (GA – jede Gruppe besteht aus 2 Tandems):
Die Schülerinnen und Schüler tauschen ihre im 1. Schritt erarbeiteten Aufgaben bzw. Ideen aus und erstellen daraus einen Test mit 8 – 10 Aufgaben sowie den zugehörigen Lösungen einschließlich Lösungswegen.

3. Schritt (GA):
Jede Gruppe gibt den von ihr erstellten Test an eine andere Gruppe, die die Aufgaben zu lösen versucht. Danach wird der Test wieder an eine andere Gruppe gegeben usw. Je nachdem, wie oft dieser Vorgang wiederholt wird, hat schließlich jede Gruppe mehrere unterschiedliche Tests bearbeitet.
Die Korrektur der Tests erfolgt entweder durch die Lehrkraft, oder jede Gruppe korrigiert alle Lösungen des von ihr erstellten Tests.