# Aufgabeneinheit 5: Aufgab', öffne dich!

*Ralf Früholz / Renate Lenz / Georg Schmitt*

## Methodische Vorbemerkungen

Diese Aufgabeneinheit ist nicht vergleichbar mit den anderen Aufgabeneinheiten in dieser Broschüre. Es ist keine "offene Aufgabe" im herkömmlichen Sinn, die – nach Bearbeitung durch das Lehrerteam – im Unterricht eingesetzt werden soll. Die Einheit richtet sich vielmehr an Mathematiklehrer/innen, die Anregungen suchen, wie man eine Textaufgabe mit engen Fragestellungen, z.B. aus einem Lehrbuch, verändern kann, um daraus eine offenere Aufgabe zu machen – eine Aufgabe, die verschiedene Lösungswege zulässt und/oder von den Schülerinnen und Schülern mehr Eigeninitiative und Kreativität verlangt.

In zahlreichen Schulbüchern findet man interessante Aufgaben aus dem Erfahrungsbereich der Schülerinnen und Schüler. Auch wenn diese Aufgaben auf den ersten Blick motivierend aussehen, fehlt ihnen beim näheren Hinschauen der nötige mathematische „Tiefgang", da die Schülerinnen und Schüler durch die Fragestellungen sehr eng geführt werden und kaum Möglichkeiten haben, eigene Ideen zu entwickeln und kreativ an die Aufgaben heranzugehen.

Es werden im folgenden Beispiel verschiedene Möglichkeiten gezeigt, wie man eine vorgegebene Lehrbuchaufgabe, "Ausgangsaufgabe" genannt, auf verschiedenen Niveaustufen öffnen kann. Welche Stufe der Öffnung man wählt, hängt natürlich von der Lerngruppe und den individuellen Faktoren (Zeitansatz, Computerausstattung usw.) ab. Wichtig ist vor allem, dass man behutsam vorgeht und eine Lerngruppe, die noch wenig Erfahrung mit dieser Art von Aufgaben hat, nicht überfordert.

**Ausgangsaufgabe (z.B. aus einem Lehrbuch)**

| | |
|---|---|
| *Peter bezahlt für sein Handy eine monatliche Grundgebühr von 5,90 €.*<br>*Eine Gesprächseinheit kostet 0,35 €.*<br>*Pro SMS zahlt er 0,15 €.*<br>*a) Im März hat Peter 23 SMS gesendet und 12 Gesprächseinheiten verbraucht. Wie viel hat er zu bezahlen?*<br>*b) Im April bezahlt Peter 15,15 €. Er hat 17 Gesprächseinheiten verbraucht. Wie viele SMS hat er verschickt?*<br>*c) Stelle für Peter einen Term auf, mit dem sich die Handyrechnung für eine beliebige Anzahl von Gesprächseinheiten und SMS berechnen lässt.* | Dies ist eine Aufgabe, wie man sie häufig in Schulbüchern findet. Der zur Aufgabe gehörende Sachzusammenhang wirkt auf die Schülerinnen und Schüler in der Regel motivierend.<br><br>Die Fragen führen eng zu den gewünschten Lösungen. Den Schülerinnen und Schülern bleibt kaum Platz für Eigeninitiative. |

**In der Lehrbuchaufgabe werden Fragen hinzugefügt oder abgeändert.**
**(1. mögliche Stufe einer Öffnung)**

| | |
|---|---|
| *Peter bezahlt für sein Handy eine monatliche Grundgebühr von 5,90 €.*<br>*Eine Gesprächseinheit kostet 0,35 €.*<br>*Pro SMS zahlt er 0,15 €.*<br><br>I) *Kann es sein, dass Peter mit dem obigen Tarif eine Rechnung über 16,16 € zu bezahlen hat? (Begründung)*<br><br>II) *Peter erhält das Angebot einer Tarifänderung. Die Grundgebühr (Gb) steigt auf 6,50 €, dafür sinkt der Preis für eine SMS um 5 Cent. Die Kosten für eine Gesprächseinheit (GE) bleiben unverändert. Ab wieviel SMS lohnt es sich ein Tarifwechsel?*<br><br>III) *Peter erhält das Angebot einer Tarifänderung. Bei unveränderter Grundgebühr (5,90 €) kostet eine SMS 0,11 € und eine Gesprächseinheit 0,41 €. Peter weiß, dass die Anzahl der SMS bei ihm durchschnittlich doppelt so groß ist wie die Zahl seiner Telefoneinheiten. Ab wie viel SMS lohnt sich ein Tarifwechsel?*<br><br>IV) *Peter erhält das Angebot einer Tarifänderung. Bei unveränderter Grundgebühr (5,90 €) kostet eine SMS 0,12 € und eine Gesprächseinheit 0,41 €. Peter weiß, dass die Anzahl der SMS bei ihm durchschnittlich doppelt so groß ist wie die Zahl seiner Telefoneinheiten. Ab wieviel SMS lohnt es sich ein Tarifwechsel?* | Die *Vorgaben* der Ausgangsaufgabe sind nicht verändert. Die *Fragen* der Ausgangsaufgabe können durch die hier exemplarisch aufgeführten zusätzlichen bzw. abgeänderten Fragen ergänzt oder ersetzt werden. Sie bringen die Aufgabe in eine offenere Form, weil immer mehrere Lösungswege möglich sind.<br><br>Zu II):<br>Ergebnis: Ab 12 SMS lohnt sich der neue Tarif.<br>Erläuterung:<br>x: Anzahl der SMS, y: Anzahl der GE<br>Kosten bisher: $x \cdot 0{,}15 + y \cdot 0{,}35 + 5{,}9$<br>Kosten neu: $x \cdot 0{,}1 + y \cdot 0{,}35 + 6{,}5$<br><br>Zu III):<br>Ergebnis: Der neue Tarif lohnt sich für Peter in jedem Fall.<br>Erläuterung:<br>x: Anzahl der SMS, y: Anzahl der GE<br>Kosten bisher: $x \cdot 0{,}15 + y \cdot 0{,}35 + 5{,}9$<br>$2y \cdot 0{,}15 + y \cdot 0{,}35 + 5{,}9$<br>Kosten neu: $x \cdot 0{,}11 + y \cdot 0{,}41 + 5{,}9$<br>$2y \cdot 0{,}11 + y \cdot 0{,}41 + 5{,}9$<br><br>Zu IV):<br>Ergebnis: Für Peter ergibt sich zwischen den beiden Tarifen kein Unterschied, unabhängig von der Zahl der SMS.<br>Erläuterung:<br>x: Anzahl der SMS, y: Anzahl der GE<br>Kosten bisher: $x \cdot 0{,}15 + y \cdot 0{,}35 + 5{,}9$<br>$2y \cdot 0{,}15 + y \cdot 0{,}35 + 5{,}9$<br>Kosten neu: $x \cdot 0{,}12 + y \cdot 0{,}41 + 5{,}9$<br>$2y \cdot 0{,}12 + y \cdot 0{,}41 + 5{,}9$ |

**In der Lehrbuchaufgabe werden Fragen ersetzt durch Impulse.**
**(2. mögliche Stufe einer Öffnung)**

| | |
|---|---|
| *Peter bezahlt für sein Handy eine monatliche Grundgebühr von 5,90 €.*<br>*Pro SMS zahlt er 0,15 €.*<br>*Eine Gesprächseinheit kostet 0,35 €.*<br><br>*Peters Mutter zahlt für seine Handyrechnung maximal 20 € im Monat.* | Die *Vorgaben* der Ausgangsaufgabe sind nicht verändert. Die *Fragen* der Ausgangsaufgabe sind durch einen Impuls ersetzt.<br><br>Aus dem Impuls sollen die Schülerinnen und Schüler Fragen zur optimalen Ausnutzung der 20 € entwickeln. Zum Beispiel: Sendet Peter nur Textnachrichten, führt er nur Gespräche oder nutzt er beide Kontaktmöglichkeiten?<br><br>Möglichkeiten für Lösungsstrategien:<br>1. Tabelle per Hand erstellen<br>2. Term aufstellen – Gleichung lösen<br>3. Excel-Tabellenblatt erstellen |

**In der Lehrbuchaufgabe werden die engen Fragen ersatzlos gestrichen.**
**(3. mögliche Stufe einer Öffnung)**

| | |
|---|---|
| *Peter bezahlt für sein Handy eine monatliche Grundgebühr von 5,90 €.*<br>*Eine Gesprächseinheit kostet 0,35 €.*<br>*Pro SMS zahlt er 0,15 €.* | Die *Vorgaben* der Ausgangsaufgabe sind nicht verändert. Die *Fragen* der Ausgangsaufgabe sind gestrichen.<br><br>Fragen, die sich aus dem Text ergeben können, sollen möglichst selbstständig von der Lerngruppe aufgestellt und bearbeitet werden (z.B. in einer Partnerarbeitsphase). |

**In der Lehrbuchaufgabe werden die Informationen durch die Aufforderung zu recherchieren ersetzt. (4. mögliche Stufe einer Öffnung)**

| | |
|---|---|
| *Dein Freund bittet dich um die Beratung für einen günstigen Handytarif.*<br>*a) Erkundige dich bei Bekannten, in Prospekten, in einem Laden oder im Internet (z.B. unter http://www.talkline.de ) nach verschiedenen Handytarifen (Grundgebühr, SMS, Kosten für eine Gesprächseinheit am Tag, am Abend und am Wochenende).* | Hier ist bereits eine hohe Stufe der Offenheit erreicht, weil die Schülerinnen und Schüler sehr individuell bei der Informationsbeschaffung vorgehen, die Recherchegebnisse daher recht unterschiedlich ausfallen können. |
| *b) Berechne die jeweils verschiedenen Monatskosten für*<br>*- 30 SMS und 15 Gesprächseinheiten,*<br>*- 15 SMS und 30 Gesprächseinheiten,*<br>*- weitere von dir selbst gewählte Zahlenbeispiele.* | Da auf dieser Stufe der Öffnung der Schwerpunkt auf der Informationsbeschaffung liegt, sollten (im Gegensatz zur nächsten Stufe) konkrete Fragen vorgegeben sein (siehe b)). |

**In der Lehrbuchaufgabe werden weder konkrete Informationen gegeben, noch konkrete Fragen gestellt. (5. mögliche Stufe einer Öffnung)**

| | |
|---|---|
| *Dein Freund bittet dich um die Beratung für einen günstigen Handytarif.*<br>*Erkundige dich bei Bekannten, in Prospekten, in einem Laden oder im Internet (z.B. unter http://www.talkline.de) nach verschiedenen Handytarifen (Grundgebühr, SMS, Kosten für eine Gesprächseinheit am Tag, am Abend und am Wochenende) und berechne für deinen Freund den für ihn optimalen Tarif.* | Auf dieser höchsten Stufe der Öffnung bleibt von der Lehrbuchaufgabe nur noch die Beschreibung des Sachverhalts übrig. Die Aufgabe öffnet sich damit zu einem (Mini-)Projekt. Die Lernenden können weitgehend ihren eigenen mathematischen Fähigkeiten und ihren Interessen nachgehen. Dabei werden die Schülerinnen und Schüler verschiedene Lösungswege einschlagen und jede Lerngruppe wird zu einem eigenen Ergebnis kommen. Je nach Vorwissen werden die Ergebnisse von einem einfachen Blatt mit der Auswertung für einen Tarif bis hin zur Lösung mit einem Tabellenkalkulationsprogramm, das verschiedene Tarife und unterschiedliches „Telefonierverhalten“ berücksichtigt, ausfallen.<br>Gleichzeitig wird durch diese Aufgabe erreicht, dass sie sich kritisch mit ihrem Konsumverhalten auseinandersetzen. |