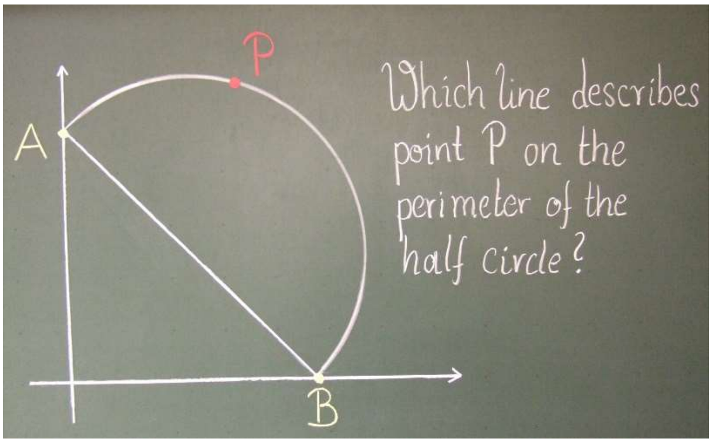
Die Bierdeckel-Aufgabe

Dr. Christina Bauer, IGS Kurt Schumacher Ingelheim



Aufgabe in Anlehnung an Engel (1998).

Foto: C. Bauer

Auf einen Blick

Klassenstufe:	9 GY
Kompetenzen:	K1 Argumentieren, K2 Problemlösen, K6 Kommunizieren
Thema:	Umkehrung Satz des Thales, Umfangswinkelsatz
Material:	Bierdeckel, CD, oder Pappe, 2 Holzspieße oder 2 Strohhalme
Medien:	GeoGebra

Die Mathe-Challenge

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

hast Du Lust, etwas in Mathematik selbst zu erforschen? Dann mach mit bei der Mathe-Challenge! Hier gibt es Aufgaben zum Experimentieren, Basteln, Spielen, Präsentieren und Erklären. Du kannst mathematische Zusammenhänge erforschen und erstaunliche Entdeckungen machen. Vielleicht machen deine Familienmitglieder ja auch mit?

Du kannst alleine oder in einer Gruppe arbeiten. Schicke die Ergebnisse Deiner Mathe-Challenge nach einer Woche an Deine Mathelehrerin oder Deinen Mathelehrer.

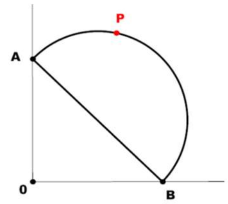
Viel Spaß beim Ausprobieren und viel Erfolg!

Mathe-Challenge Variante 1

Die Bierdeckel-Aufgabe

“The semicircular disc glides along two legs of a right angle.

Which line describes point P on the perimeter of the half circle?”



1) Übersetze die Aufgabe aus der englischen Sprache in die deutsche Sprache.
2) Baue eine Vorrichtung aus Bierdeckeln, Strohhalmen oder ähnlichen Materialien, um die Aufgabenstellung anschaulich demonstrieren zu können.
3) Lass jemand aus deiner Familie raten, auf welcher Kurve sich der Punkt nach unten bewegt. Zeichne dann selbst mehrere Lagen des Halbkreises beim Heruntergleiten.
4) Beschreibe die Kurve, auf der sich der Punkt P bewegt, so präzise wie möglich.

Für Experten

5) Konstruiere die Aufgabe mit GeoGebra und verfolge die Spur von P.
6) Finde eine Begründung für die Kurve, auf der sich P bewegt.

Tipp: Ordne die folgenden Sätze den richten Spalten der Tabelle zu. Unterscheide genau zwischen Feststellung und Begründung.

Feststellung	*Begründung*

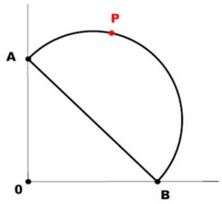
Der Winkel ∠ABP verändert sich nicht. A	Der Winkel ∠AOP verändert sich nicht. B	Die Umfangswinkel ∠ABP und ∠AOP sind gleich groß C
Der Ursprung liegt auf dem Kreis mit AB als Durchmesser. (Umkehrung Satz des Thales) D	Alle Umfangswinkel über einem Kreisbogen sind gleich groß. (Umfangswinkelsatz) E	Das Dreieck BAO hat einen 90° Winkel. F

Mathe-Challenge Variante 2

Die Bierdeckel-Aufgabe

“The semicircular disc glides along two legs of a right angle.

Which line describes point P on the perimeter of the half circle?”



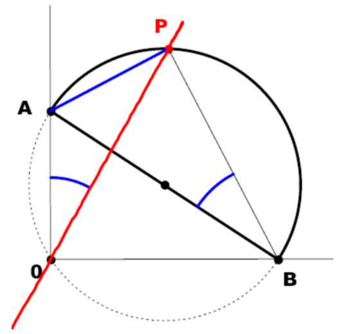
Überlege, wie du dir die Aufgabenstellung veranschaulichen kannst.

Finde eine Begründung für die Kurve und dokumentiere diese, z.B. mit einem Erklärvideo!

Fachliche und didaktisch-methodische Hinweise

Diese Aufgabe wurde in einer ungarischen Fernsehshow in den sechziger Jahren als Zweiminuten-Aufgabe gestellt!

Lösung:



Weil das Dreieck BAO einen rechten Winkel hat, liegt O auf dem Kreis mit der Hypotenuse AB als Durchmesser (Umkehrung Satz des Thales).

Der Umfangswinkelsatz besagt, dass alle Umfangswinkel über einem Kreisbogen gleich groß sind, d.h. insbesondere die Umfangswinkel $\angle ABP$ und $\angle AOP$. Bewegen sich A und B entlang der Achsen, so bewegt sich P daher auf einer Ursprungsgeraden.

Eine geeignete Mathe-Challenge für interessierte Schülerinnen und Schüler. Sie ist in zwei Varianten gestellt. Die Begründung ist anspruchsvoll und daher für einen Großteil der Schüler nicht lösbar. Die Idee, aus dieser Aufgabe eine sog. Blütenaufgabe (Variante 1) zu entwickeln, geht auf Manfred Distler 2007 (BIQUA-Projekt der TU Darmstadt) zurück (vgl. auch Collet (2009)).

Die obige Blütenaufgabe ist durch die anforderungsgestuften Teilaufgaben selbstdifferenzierend zu einem thematischen Kontext (hier: Satz des Thales bzw. Umkehrung). Solche Blütenaufgaben bieten den Lernenden die Möglichkeit eines einfachen geschlossenen Einstiegs und werden mit jeder Teilaufgabe offener. Sie sind in Lern- und in Leistungssituationen sowohl zur Diagnose als auch zur Förderung von mathematischer Kompetenzen (hier: Problemlösen) geeignet.

Variante 2 ist als offener Arbeitsauftrag angelegt zum freien Experimentieren und Forschen.

Tipp zur Konstruktion mit GeoGebra:

Zeichnen Sie einen Punkt A auf die y-Achse. Anschließend zeichnen Sie einen Kreis mit einem Radius z.B. 6cm und Mittelpunkt A. Den Schnittpunkt mit der x-Achse nennen Sie B. Nun zeichnen Sie einen Halbkreis mit AB als Durchmesser. Anschließend markieren Sie einen Punkt auf dem Halbkreis, den Sie P nennen, und lassen sich die Spur von P anzeigen.

Die Konstruktion finden Sie auch unter: https://www.geogebra.org/m/fu5uerbv

Lösung des Beweispuzzles:

Feststellung	*Begründung*
F	D
C	E
B	A

Literatur:

Engel, A. (1998): Problem-Solving Strategies. New York, Berlin und Heidelberg: Springer.

Collet, C. (2009): Förderung von Problemlösekompetenzen in Verbindung mit Selbstregulation. Wirkungsanalysen von Lehrerfortbildungen. Münster: Waxmann.