

Anschaulicher und lebendiger Mathematikunterricht mit dem Werkzeug Computer

von Gregor Noll und Günter Schmidt

1. Zum Mathematikunterricht

Die Überschrift soll die zugrundeliegende Auffassung verdeutlichen. Es geht nicht um die Frage, wie man möglichst viele passende Gelegenheiten zum Einsatz des Computers im Mathematikunterricht finden oder erzeugen kann. Vielmehr steht das Ziel der sinnhaften, lebendigen und anschaulichen Gestaltung des Unterrichts im Vordergrund und hierbei die Frage, welchen Beitrag der Computer und die passende Software bei der Realisierung leisten kann (und dieser Beitrag ist beachtlich!).

Zum Verständnis der folgenden Materialien ist es notwendig, die Grundvorstellung und die angestrebte Gestaltung von Mathematikunterricht in ihren wesentlichen Schwerpunkten zu skizzieren.

Integrierte Zugänge

Als wichtige Ergänzung zu dem überwiegend nach Disziplinen und Gebieten geordneten Aufbau zurückliegender Lehrpläne und Lehrbücher sollen integrierte und damit gebietsübergreifende Zugänge zu mathematischen Begriffen und Verfahren stärkere Berücksichtigung finden. Dies betrifft sowohl die Verbindung von Algebra, Geometrie, Analysis und Stochastik in geeigneten Problemsituationen als auch die Berücksichtigung fächerübergreifender Bezüge. Damit wird linear-sequentielles Lernen durch spiralisches Lernen angereichert.

Aktives Lernen

Entdeckende und handlungsorientierte Lernformen haben für den Mathematikunterricht eine große Bedeutung. Beobachtungen, Erfahrungen und Alltagswissen der Lernenden werden zu Ausgangspunkten von Lernprozessen. Im Lernprozeß werden die Vorerfahrungen aufgegriffen, weitergeführt und zu theoretischen Konzepten verdichtet. Eine wesentliche Rolle im Unterricht spielt dabei die Eigentätigkeit der Schülerinnen und Schüler. Sie können eigene Problemlösestrategien entwickeln und auf ihre Tauglichkeit überprüfen. Dabei werden auch von der Lehrperson

unabhängige Prüf- und Bewertungsstrategien entwickelt und angewandt. Das Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten wird entwickelt und gestärkt. Gleichzeitig wird offenes Lernen begünstigt, d.h. Schülerinnen und Schüler nehmen Einfluß auf die Ziele und die Gestaltung des Unterrichts.

Anschaulichkeit

Die letztlich sehr abstrakten Begriffe der Mathematik bedürfen zur verständigen Einordnung und Anwendung der vielfältigen Veranschaulichung. Hierzu gehören geometrische Anschauungen ebenso wie Tabellen und Graphen oder situative Bezüge. Experimentelle Zugänge zu Begriffen und deren Anwendung in unterschiedlichen Situationen unterstützen die Veranschaulichung und damit das Verständnis.

Bedeutungsvolle Mathematik

Mathematik soll in (für die Lernenden) verständlichen Sinn- und Sachzusammenhängen erworben werden. Die Genese und Entwicklung von Begriffen, interessante Anwendungen, das eigenständige Modellieren von Sachsituationen, aber auch das Begreifen und Erleben ästhetischer Aspekte und das Erfassen von Zusammenhängen und Verbindungen vermitteln Bedeutung und Sinn von Mathematik. Dies führt von allzu fachspezifischer Beschränkung weg zur stärkeren Öffnung zu interdisziplinären und vernetzten Problemen. Damit wird ganzheitliches Lernen verlangt, d.h. parallel zum Wissen werden auch die Fähigkeit zur Anwendung und Nutzung, Kenntnisse und Bewertungen über die Anwendungswirkung auf die Schülerin oder den Schüler selbst und die Gesellschaft einbezogen.

Soziales Lernen

Im Interesse der allgemeinbildenden und erzieherischen Ziele muß auch der Mathematikunterricht Formen des sozialen Lernens einbeziehen. Es gibt viele sinnvolle Gelegenheiten zur Partner- und Gruppenarbeit im Mathematikunterricht. Insbesondere im Rahmen von „Bedeutungsvoller Mathematik“ können positive Einstellungen und Fähigkeiten zur Teamarbeit erworben werden. Kommunikation und Diskussion spielen u.a. bei Modellierungen und interdisziplinären Fragestellungen eine entscheidende Rolle.

Differenzierung

Die sehr unterschiedlichen Vorerfahrungen, Werteinstellungen und Verhaltensweisen der heutigen Schülerinnen und Schüler verlangen eine starke Binnendifferenzierung auch im Mathematikunterricht. Dies betrifft sowohl die Berücksichtigung verschiedener Lernstile als auch der Interessen und spezifischen Fähigkeitsprofile.

In der folgenden Übersicht sind diese Schwerpunkte in der linken Spalte in einer Gegenüberstellung zu mehr statischen Auffassungen von Mathematikunterricht (rechte Spalte) nochmals festgehalten:

Entwicklungslinien Mathematikunterricht

visualisiertes Lernen	sprachlich-symbolhaftes Lernen
entdeckendes, explorierendes Lernen offenes Konzept	statisch, linear-systemhaft, Fertigprodukt geschlossenes Konzept
handelndes, produktorientiertes Lernen	beschreibend, analysierend, aufnehmend
Herausstellen und Nutzen von Querverbindungen, gebiets- und fächerübergreifenden Aspekten ("horizontales Lernen", "modularer Aufbau")	Lernen in abgegrenzten Disziplinen "Schubladenlernen" ("vertikales Lernen", "linearer Aufbau")
aktives Modellieren als Prozeß	Darbieten von Modellen
Ästhetisches Erleben (emotionale Komponente)	Beschränkung auf analytisches, kalkülmäßiges Erschließen (kognitive Komponente)
Orientieren an Leitbegriffen, Fundamentalen Ideen (Funktion, Iteration Linearität - Komplexität)	Orientierung an Fachdisziplinen Systematik

Computer als Werkzeug



Interaktions- und Arbeitsformen im MU
(Projektarbeit, Gruppenarbeit, Teamarbeit)
(Simulationen/Spiele)

2. Der Computer als Werkzeug

Einsatzbereiche des Computers im Mathematikunterricht

Der werkzeugartige Gebrauch des Computers kann einen Mathematikunterricht mit den unter 1. genannten Schwerpunkten wesentlich unterstützen, in bestimmten Fällen schafft er erst die Voraussetzungen. In vorangehenden Handreichungen [1],[2] haben wir die Einsatzbereiche des Computers im Mathematikunterricht ausführlich beschrieben und diese nach den folgenden Aspekten gegliedert:

- Der Computer als programmierbare Rechenmaschine, mit dem sich mathematische Algorithmen mit hoher Geschwindigkeit und großer Zuverlässigkeit ausführen lassen
- Der Computer als Werkzeug zur Realisierung rekursiver und iterativer Ansätze
- Der Computer als „grafisches Werkzeug“ zur Darstellung von geometrischen Abbildungen, Diagrammen und Funktionsgraphen
- Der Computer als Werkzeug zur Simulation
- Der Computer als Werkzeug zur symbolischen Manipulation

Software für den Mathematikunterricht

Das eigentliche Werkzeug dabei stellt die Software dar, die inzwischen in einem reichhaltigen Angebot für den Mathematikunterricht vorliegt. In vielen Fällen ist diese so benutzerfreundlich gestaltet, daß sie außer einem allgemeinen Computer-handling kaum Spezialkenntnisse fordert. In den ersten beiden Handreichungen [1] haben wir überwiegend die Möglichkeiten des Einsatzes „kurzer Programme“ im Mathematikunterricht beschrieben, in Teil 3 dieser Handreichung [2] konnten wir bereits auf verschiedenartige Software zurückgreifen, die allerdings in den meisten Fällen für einen speziellen Einsatzbereich konzipiert war (Funktionenplotter, Simulationswerkzeuge, Software zu geometrischen Konstruktionen und Abbildungen, Matrizenrechner u.ä.). Wenig Erfahrungen lagen uns mit dem Einsatz des Computers als Werkzeug zur symbolischen Manipulation vor, weil die entsprechenden Computer-Algebra-Systeme erst allmählich in komfortablen Versionen verfügbar wurden. Mit der Entwicklung und Verbreitung von DERIVE, insbesondere auch mit der begleitenden didaktischen Diskussion, konnte dieses Defizit behoben werden und entsprechende unterrichtliche Erfahrungen erworben werden.

In den hier vorliegenden und den nachfolgenden Handreichungen spielt die Software DERIVE deshalb eine hervorgehobene Rolle. DERIVE ist ein so mächtiges Werkzeug für den Mathematikunterricht, daß es für alle oben genannten Einsatzbereiche verwendbar ist. Damit bietet sich erstmals die Möglichkeit der Konzentration auf ein Softwarewerkzeug über einen langen Zeitraum (etwa die gesamte SII) mit all den Vorteilen der Einarbeitung, Vertrautwerdung und sicheren Handhabung. Diese Vorteile wiegen im Unterrichtsalltag schwer, auch wenn andere

Software in ihren speziellen Einsatzbereichen sicher oft wirkungsvoller und z.T. auch einfacher ist. Wir haben in der Darstellung der konkreten Materialien und Unterrichtssequenzen einen Kompromiß gewählt, indem wir einerseits im Schwerpunkt DERIVE verwenden und hierzu auch ausführlichere Anleitungen im Text und im Glossar bereitstellen, andererseits aber doch an den passenden Stellen auf den Einsatz anderer jeweils besonders geeigneter Software hinweisen. Wegen der individuellen Verfügbarkeit wird insbesondere auch der graphische Taschenrechner mit seinen vielfältigen Möglichkeiten berücksichtigt.

Bedingungen und Methoden des Computereinsatzes

Hier sollen einige Hinweise und Anregungen zusammengestellt werden, die sich aus den mittlerweile doch recht umfangreichen Erfahrungen mit dem Computereinsatz im Mathematikunterricht ergeben. Diese sind weitgehend unabhängig von der verwendeten Software und gelten mit entsprechenden Variationen auch für einen Unterricht mit Unterstützung des graphischen Taschenrechners.

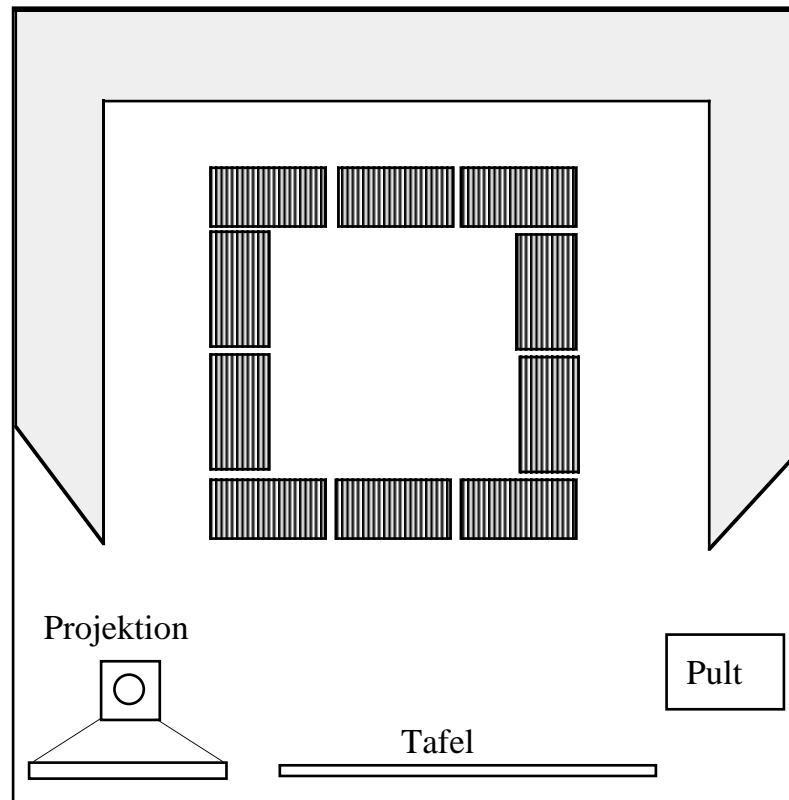
Voraussetzungen

Unterricht mit Computereinsatz erfordert als äußeren Rahmen einen angemessen ausgestatteten Arbeitsraum. Nach den vorliegenden Erfahrungen und Empfehlungen ist ein Computersystem für je zwei Schüler die optimale Voraussetzung. Die gemeinsame Arbeit an einem Gerät fördert in besonderer Weise Interaktionen zwischen den Schülern. Hier sind im wesentlichen solche Aktivitäten wie Kommentierung, verbale Begründungen, heuristische Lösungsversuche, Bestätigungen von Vermutungen zu beobachten, die sich im Zusammenspiel der beiden Partner nahezu von selbst ergeben.

Einzelarbeitsplätze behindern, ja verhindern solche kommunikativen Anstöße. Arbeiten mehr als zwei Schüler an einem System, so tritt häufig ein Konkurrenzverhalten in den Vordergrund, das dazu führt, daß einer der Schüler die dominierende Schiedsrichterrolle über die anderen annimmt oder umgekehrt nur noch passiv als "Tipper" agiert.

Bei günstigen Bedingungen gehen die Interaktionen sogar über die Kleingruppe hinaus.

Für die Gestaltung des Arbeitsraumes hat sich die folgende Anordnung als ideal erwiesen:



Die Computerarbeitsplätze sind hufeisenförmig angeordnet, In der Mitte befinden sich normale Arbeitsplätze, die leicht zu Kleingruppenplätzen umgeordnet werden können. Der Raum sollte in jedem Fall eine Projektionsmöglichkeit für den Lehrercomputer bieten. Es sind damit Demonstrationen, aber auch computerunterstützte Phasen lehrerzentrierten Unterrichts möglich.

Eine solche Raumaufteilung läßt eine leichte Betreuung der Computerarbeitsplätze durch den Lehrer zu, zum zweiten ermöglicht sie, insbesondere bei großer Klassenstärke die Aufteilung in zwei Gruppen. Ein Teil der Schülerinnen und Schüler kann an den Computerplätzen arbeiten, während die anderen im Mittelraum Vor- oder Nachbereitungen ihrer Aufgaben vornehmen. Letzteres kann in Kleingruppen, so wie sie für die Arbeit am Computer vorgesehen sind, aber auch in größerer Gemeinschaft erfolgen.

Computer als Werkzeug im Unterricht

Der Einsatz des Computers als Werkzeug im Unterricht hat Konsequenzen, sowohl bezüglich der Vorbereitungsaktivitäten des Lehrers als auch der Aktions- und Interaktionsformen im Unterricht und der Maßnahmen zur Unterrichtsorganisation.

Erwerb der notwendigen Techniken bezüglich Computer und Software

Der experimentelle und interaktive Umgang mit der ausgewählten Software setzt eine gewisse Sicherheit im elementaren "Computerhandling" und im Einsatz der Softwareinstrumente voraus.

Die wichtigste Erfahrung: es ist nicht notwendig (und auch nicht sinnvoll), diese angesprochene Sicherheit im Vorhinein in einem eigenen Vorbereitungskurs zu erlernen. Als nützlich und effektiv hat sich erwiesen, die Software und deren Möglichkeiten direkt themen- und problemorientiert bei interessanten Fragestellungen mit ständig wachsender Kompetenz und zunehmendem Umfang kennenzulernen.

Man wird erstaunt feststellen, mit welcher Leichtigkeit und Schnelligkeit sich Schülerinnen und Schüler diesbezüglich einarbeiten, wie souverän sie die grafische Benutzeroberfläche und die darin angebotenen Hilfen benutzen und sozusagen selbstständig entdeckend eine sichere und flexible Handhabung erlernen.

Der Lehrer kann sich an dieser problemorientierten "Eroberung" der Software beteiligen, sozusagen als Mitlernender! Es gibt keine effektivere und dem Werkzeug angemessenere Variante des Lernens.

Sicher wird es enorme Unterschiede im Lerntempo und auch in der Sicherheit des Anwendens geben. Dies ist gerade beim Arbeiten mit Computer und Software unvermeidlich. Die auftretenden Unterschiede können aber positiv genutzt werden, indem die "Experten" unter den Schülerinnen und Schülern bei auftauchenden Problemen als solche zu Hilfe gerufen werden. Dies ist nicht nur wertvoll für Ziele des sozialen Lernens, sondern auch sehr effektiv und für den Lehrer entlastend. Gerade letzteres ist enorm wichtig, da die Organisation und Durchführung eines Unterrichts mit interaktiver Computernutzung bei starker Lehrerzentrierung nicht zu bewältigen ist.

Didaktische Aspekte bei der Nutzung von Software

Wichtig ist die Erkenntnis, daß zu den vielen interdependenten Einflüssen der Unterrichtsgestaltung nun noch ein weiterer hinzutritt: die Abhängigkeit der Methoden von den spezifischen Möglichkeiten der Software, d.h. viele Unterrichtsschritte müssen auf die spezifischen Eigenheiten der Software eingerichtet werden. Einerseits schränken bestimmte Defizite der Software die methodischen Möglichkeiten ein, andererseits ist es oft günstig, nicht von vornherein alle Möglichkeiten der Software optimal zu nutzen. So empfiehlt es sich z.Bsp., Simulationen oder auch die Bearbeitung von Grafiken zunächst durchaus per Hand durchzuführen und erst nach Erwerb eines sicheren Verständnisses, die komfortablen Routinen der Software zu benutzen.

Hausaufgaben im Rahmen eines Unterrichts mit Computereinsatz sollten zumindest teilweise auch die Nutzung der Software einschließen. Dazu ist es notwendig, individuelle Arbeitsmöglichkeiten der Schüler im Computerraum zu ermöglichen, d.h. die notwendigen organisatorischen Voraussetzungen zu schaffen. Ideale Bedingungen bietet diesbezüglich der graphische Taschenrechner.

Veränderte Anforderungen an den Lehrer

Der Einsatz des Computers im Unterricht unterstützt insbesondere Formen des entdeckenden Lernens, er gewichtet anschauliche und experimentelle Zugänge.

Von daher werden dem Lehrer weitere Möglichkeiten geboten, von seiner dominanten Rolle als Unterweiser und Kontrolleur des Lernprozesses zurückzutreten. Der Interaktion der Schüler untereinander kann über diese Zugänge mehr Raum zugewiesen werden.

Die teilweise Übertragung der individuellen Lernerfolgskontrolle auf den Computer (Probieren, Überprüfen eines Ansatzes/einer Idee durch Ausführung u.ä.) bietet sachbezogene Motivationsmöglichkeiten.

Daß Schüler die Rolle des dem Lehrer gleichberechtigten (eventuell sogar überlegenen) Experten übernehmen können, bietet auch für die soziale Interaktion im Mathematikunterricht neue Ansätze und Chancen.

Aufbau des Unterrichts

Ein experimenteller Unterricht mit Kleingruppenarbeit am Computer ist nicht unbedingt leicht zu gestalten. Vor allem ein kurztaktiger Wechsel zwischen der eigenständigen Arbeit der Schüler am Computer und gemeinsamer Information, Erarbeitung oder Zusammenfassung fordert den Lehrer weitaus mehr als der besser vertraute Unterricht im erarbeitenden Unterrichtsgespräch.

Von daher ist es zu empfehlen, die Arbeitsphasen am Computer besonders sorgfältig zu strukturieren und mit einem großzügigen Zeitansatz zu versehen. Als wesentliche Hilfe erweisen sich dabei vorbereitete Arbeitsblätter mit klar formulierten Aufträgen, die dem Schüler zum einen ein zielorientiertes Vorgehen ermöglichen, zum anderen aber die notwendige Offenheit zum Probieren, Bestätigen und Verändern der Ansätze lassen.

Gleichzeitig sollen die Arbeitsblätter vom Schüler bestimmte Zusammenfassungen, möglichst mit Dokumentation der wesentlichen Arbeitsschritte fordern. Diese Zwischenzusammenfassungen sollten mit dem Partner (und ggf. mit den Nachbargruppen) besprochen und abgestimmt werden, ohne daß der Lehrer hier als wesentliche Hilfe angefordert wird.

Erst beim Aufarbeiten und Vorstellen der Ergebnisse einer längeren Experimentierphase wird der Lehrer wieder moderierend und führend eingreifen. Für solche Ergebnis- und Orientierungsphasen empfiehlt es sich unbedingt, die Schüler von den Computerarbeitsplätzen weg in eine andere Sitzordnung zu bringen.

Ein solch klarer äußerer Einschnitt hat sich nach allen bisherigen Erfahrungen als sehr nützlich erwiesen. Ggf. empfiehlt sich dies auch mehrmals in einer Unterrichtseinheit.

In diesem Zusammenhang nochmals der Hinweis zur veränderten Rolle des Lehrers. Auch ein wie oben beschriebener gut strukturierter Unterricht mit Computereinsatz läßt sich auf längere Dauer nicht verkraften, wenn der Lehrer der dominierende Ansprechpartner, Korrektor und Lenker bleibt. Entstehende Fragen, Unklarheiten und Unsicherheiten müssen von Schülerinnen

und Schülern mit Hilfe der jeweiligen Partner (ggf. Experten), mit selbständigen Strategien (gezieltes Experimentieren, erneuter Anlauf, Nachschauen im Handbuch und anderen Unterlagen u.ä.) angegangen werden. Dies betrifft sowohl die Sache selbst als auch die mehr peripheren Fähigkeiten im Umgang mit Computer und Software. Bei konsequenter Haltung (und Geduld!) der Lehrerin oder des Lehrers stellen sich hier schnell erstaunliche Lerneffekte bei Schülerinnen und Schülern ein, letztlich liegt gerade darin ein besonderer Reiz und auch der Wert des selbständigen Arbeitens am Computer.

3. Zu *Derive*

Die fortschreitende Verbreitung von PCs in Schulen, bei Schülerinnen und Schülern sowie Lehrerinnen und Lehrern spiegelt sich natürlich auch in der Art und dem Umfang der für Unterrichtszwecke zur Verfügung stehenden Software. Waren es zu Beginn (meist selbsterstellte) Programme, die spezielle Einzellösungen anboten, so hat sich das Angebot mittlerweile auf professionell entwickelte Software verlagert, die immer mehr als Werkzeug für einen individuell steuerbaren Problemlösungsprozeß konzipiert sind.

Der «Mathematikassistent» *DERIVE* ist zweifellos eine solch offene Software, die besonders für experimentelles und entdeckendes Lernen von Mathematik geeignet ist.

Entstanden aus muMATH, dem schon 1980 für Personalcomputer erhältlichen Computer-Algebra-System (CAS), bietet *DERIVE* eine beeindruckende Vielfalt von mathematischen Termmanipulationsmöglichkeiten und graphischen Darstellungen.

Eine einfache menugesteuerte Bedienung macht *DERIVE* gegenüber anderen CAS-Systemen wie Mathematica, Maple oder MathCad für den Schuleinsatz besonders attraktiv. Das Erlernen einer eigenen Symbolmanipulationssprache mit all ihren syntaktischen Feinheiten ist (zunächst jedenfalls) nicht notwendig. Eine wichtige Voraussetzung dafür, daß Schülerinnen und Schüler mathematische Probleme interaktiv und unter Einsatz eigener Lösungsideen bearbeiten können und nicht schon an der fehlenden Kenntnis und Souveränität im Umgang mit der Notation scheitern. Die Benutzungsschnittstelle ist in englischer Sprache verfaßt, was in Anbetracht der sprachlichen Einfachheit kein Hindernis darstellt.

Durch Eingabe des mathematischen Terms und der Auswahl entsprechender Menüpunkte und gegebenenfalls der Übernahme bzw. dem Anpassen von vorgegeben Randbedingungen lassen sich die meisten schulischen Standardumformungen unmittelbar aufrufen. So gibt es beispielsweise Menübefehle für das Zusammenfassen oder Faktorisieren algebraischer Terme, für das exakte oder näherungsweise Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, für Grenzwertbildungen, für die Differentiation, Integration oder Reihenentwicklung von Funktionen.

Ein einfach zu bedienender Graphikteil erlaubt farbige 2- und 3-dimensionale Darstellungen sowohl in kartesischen als auch in Polarkoordinaten. Ebenso sind Parameterdarstellungen von

Funktionen möglich. Auf Tastendruck lassen sich Ausschnittsvergrößerungen aufrufen. In der neuesten Version kann man über einen Trace-Modus den Graphen punktweise durchlaufen. Ebenso wurden automatische Skalierungen, Achsenbeschriftung und das Zeichnen implizit gegebener Funktionen implementiert.

Unterrichtliche Erfahrungen belegen, daß es für Schülerinnen und Schüler nahezu keine Einarbeitungsschwierigkeiten in die Benutzung von *DERIVE* gibt. Eine Einführung kann unmittelbar über die Behandlung von mathematischen Problemstellungen erfolgen und sollte nicht als eigene Unterrichtseinheit vorgeschoben werden. Selbst nach einer längerer Pause im Umgang mit dem Programm finden sich Schülerinnen und Schüler schnell wieder in *DERIVE* zurecht.

Letzteres hängt sicherlich auch damit zusammen, daß der Computer mittlerweile als ein normales Arbeitsgerät angesehen wird und zumindest in der Sekundarstufe II fast alle Schülerinnen und Schüler Grundfertigkeiten im Umgang mit ihm besitzen. Auch beim Taschenrechner war die wachsende Selbständigkeit bei seinem Gebrauch mit größer werdender Verbreitung zu beobachten.

In *DERIVE* erhält jede Zeile des Arbeitsblattes eine eindeutige Referenznummer. Jede Eingabe erzeugt eine neue Zeile. Mit der Referenznummer als eine Art Platzhalter für den Zeileninhalt können wieder neue Terme gebildet werden.

Für ein heuristisches Arbeiten ist diese lineare Anordnung der Arbeitsschritte jedoch eher hinderlich. Oft muß hin und her «geblättert» werden, um schon erarbeitete Ergebnisse wieder auf dem Bildschirm sichtbar zu machen oder um auf sie Bezug nehmen zu können.

Eine Parallelisierung, beispielsweise zur Darstellung von Nebenrechnungen, Zwischenergebnissen oder unterschiedlichen Lösungsansätzen, ist nur über das Öffnen weiterer Arbeitsfenster möglich. Leider können mehrere Fenster aber nicht als Einheit, sondern immer nur als getrennte Arbeitsblätter abgespeichert werden.

Algebraische und graphische Darstellungen lassen sich auf dem Bildschirm in verschiedenen Fenstern parallel bearbeiten, aber wiederum nicht gemeinsam sichern. Auch ein fester Bezug zwischen einer Zeile mit einer Funktion und dem zugehörigen Graph kann nicht hergestellt werden. Deshalb müssen von Anfang an die Schülerinnen und Schüler dazu angeleitet und angehalten werden, die zur Erstellung einer Graphik notwendigen Informationen als Kommentare in das Arbeitsblatt aufzunehmen, damit eine später Rekonstruktion möglich wird.

Solche Kommentare stellen leider die einzige Möglichkeit dar, um die Lösungsschritte zu dokumentieren. *DERIVE* zeigt zwar zunächst automatisch die auf die einzelnen Zeilen angewandten Umformungen am Bildschirm an, speichert sie aber erst ab der neuesten Version mit dem Arbeitsblatt ab.

Bei fortschreitendem Einsatz wird man Schülerinnen und Schülern mit einigen der eingebauten Funktionen, wie z. B. VECTOR, ITERATE oder IF vertraut machen müssen. Insgesamt

stellt *DERIVE* eine weit über den schulischen Bedarf hinausgehende Sammlung spezieller Funktionen zur Verfügung, die teilweise in externen Dateien vorliegen.

In diesen Fällen muß natürlich über die Syntax und speziell über die Art und die Reihenfolge der Parameter gesprochen werden. Für Vergeßliche hält *DERIVE* eine Online-Hilfe bereit.

Die preiswerte Verfügbarkeit von *DERIVE* hat es zu einem beliebten Mathematiktool an vielen Schulen werden lassen. In letzter Zeit finden sich eine ganze Reihe von Veröffentlichungen zum Einsatz von *DERIVE* im Angebot der Schulbuchverlage, der Fort- und Weiterbildungsinstitute und in den Fachzeitschriften.

Auf didaktischer Ebene hat sich der Arbeitskreis «Mathematikunterricht und Informatik» der GDM in mehreren Tagungen speziell mit dem Problem der Veränderung des Mathematikunterrichtes durch Computer-Algebra-Systeme befaßt. Die betreffenden Tagungsbände enthalten viele interessante Beiträge zum unterrichtlichen Einsatz von *DERIVE*.

Speziell in Österreich ist *DERIVE* an den Schulen weit verbreitet. Es existiert dort seit geraumer Zeit eine *DERIVE* - Usergruppe, die neben einem mehrmals im Jahr erscheinenden Bulletin bereits zwei internationale *DERIVE* - Konferenzen veranstaltet hat. Auch hierzu sind Tagungsbände erschienen.

In Deutschland wird Anfang 1995 bei den ersten «*DERIVE* Days Düsseldorf» ein bundesweiter Erfahrungsaustausch möglich sein.

Weltweit bietet das Computernetz INTERNET die Möglichkeit sich an der didaktischen Diskussion und der Weiterentwicklung von *DERIVE* zu beteiligen. Dazu wurde eine spezielle Diskussionsliste eingerichtet über die auch die Entwickler von *DERIVE* in Honolulu unmittelbar zu erreichen sind.

In diese didaktische Diskussion reihen sich auch die Untersuchungen und Arbeiten unserer Arbeitsgruppe «Computer im Mathematikunterricht» ein. Der Schwerpunkt liegt dabei in der unterrichtsnahen Erprobung von Einsatzmöglichkeiten in den unterschiedlichsten Gebieten der Mathematik. Auf mehreren Fortbildungstagungen hierzu konnten die ersten Ergebnisse mit Kolleginnen und Kollegen diskutiert werden und deren Erfahrungen einbezogen werden. Die hier vorgelegten Handreichungen sollen eine Hilfe zur Erweiterung der Erfahrungsbasis bereitstellen und damit zur Weiterentwicklung eines anschaulichen und lebendigen Mathematikunterrichts beitragen.

Literatur

- [1] Kultusministerium Rheinland-Pfalz (1988): Handreichung zum Lehrplan Mathematik, Grund- und Leistungsfach in der Oberstufe des Gymnasiums (Mainzer Studienstufe), Der Computer als Werkzeug im Mathematikunterricht, Teile 1 und 2
- [2] Ministerium für Bildung und Kultur Rheinland-Pfalz (1992): Handreichung zum Lehrplan Mathematik, Grund- und Leistungsfach in der Oberstufe des Gymnasiums (Mainzer Studienstufe), Der Computer als Werkzeug im Mathematikunterricht, Teil 3
- [3] R.Mauve/J.P.Moos (1994): Mathematik mit DERIVE, Arbeitsblätter zur experimentellen Mathematik, Dümmler Verlag Bonn
- [4] Günter Scheu (1992): Arbeitsbuch Computer-Algebra mit DERIVE, Beispiele, Algorithmen, Aufgaben aus der Schulmathematik, Dümmler Verlag Bonn
- [5] Günter Scheu (1994): DERIVE im Mathematik- und Physikunterricht, Materialien, Beispiele für Sekundarstufe I und II, Dümmler Verlag Bonn
- [6] Benno Grabinger (1994): Stochastik mit DERIVE, Dümmler Verlag Bonn
- [7] Horst Hischer (Hrsg.) (1993): Wieviel Termumformung braucht der Mensch?, Fragen zu Zielen und Inhalten eines künftigen Mathematikunterrichts angesichts der Verfügbarkeit informatischer Methoden, franzbecker verlag
- [8] Horst Hischer (Hrsg.) (1994): Mathematikunterricht und Computer, neue Ziele oder neue Wege zu alten Zielen?, franzbecker verlag
- [9] Josef Böhm (editor) (1992): Teaching Mathematics with DERIVE, Proceedings of the International School on the Didactics of Computer Algebra (April 1992, Krems, Austria)
- [10] John Berry (editor): The international DERIVE Journal, seit April 1994
- [11] Josef Böhm (editor): The DERIVE-Newsletter, seit 1991
- [12] Landesinstitut für Schule und Weiterbildung in Soest (1993): DERIVE- ein mathematischer Assistent
- [13] A. Engel (1990): Eine Vorstellung von DERIVE, in Didaktik der Mathematik 3/ 90
- [14] H.G. Schönwald (1991): Zur Evaluation von DERIVE, in Didaktik der Mathematik 4/91