SINUS-TRANSFER – 2. Welle

in Rheinland-Pfalz

Anregungen und Vorschläge für offenere Aufgabenstellungen II

Serie 1

Die folgenden Beispiele wollen dazu anregen, offenere Aufgaben im Unterricht zu erproben. Im Gegensatz zu den "Anregungsmaterialien" der 1. Welle handelt es sich hier um "kleinere" Aufgaben, zu deren Lösung weniger Unterrichts- bzw. Arbeitszeit benötigt wird. Es ist deshalb möglich, solche Aufgaben öfter und regelmäßig einzusetzen. Durch die Art der Aufgaben und durch die Regelmäßigkeit des Einsatzes soll erreicht werden, dass der Erwerb allgemeiner mathematischer Kompetenzen bei den Schülerinnen und Schülern kontinuierlich fortschreitet. Dadurch wird auch ein Beitrag zum Erreichen der Bildungsstandards geleistet.

Die Materialien sind nicht als "fertige Aufgaben" gedacht, die man direkt im Unterricht einsetzen kann. Vielmehr sollen die Lehrkräfte in Kooperation die Anregungen diskutieren, modifizieren und geeignete Arbeitsaufträge für die jeweilige Lerngruppe zusammenstellen. Zur Unterstützung dieser Arbeit werden methodische Hinweise gegeben. Die folgenden Beispiele können/sollen auch zur Entwicklung eigener offener Aufgaben und Übungseinheiten in der Fachgruppe anregen.

Die Anregungen wurden von den Set- und Landeskoordinator(inn)en erarbeitet:

Armin Baeger, Münstermaifeld
Ursula Bicker, Bad Kreuznach
Ralf Früholz, Traben-Trarbach
Volkhardt Fuhrmann, Worms
Sandra Gerhard, Mainz
Franz-Josef Göbel, Kobern-Gondorf
Ortrud Hohn, Idar-Oberstein
Michael Lamberty, Nieder-Olm
Barbara Mathea, Mainz
Paul Müller, Frankenthal
Ralf Nagel, Kobern-Gondorf
Hellen Ossmann, Ingelheim
Helga Schmidt, Kobern-Gondorf
Georg Schmitt, Trier
Claudia Steiert, Stromberg
Peter Staudt, Nieder-Olm
Ferdinand Weber, Mainz

Bearbeitung und Redaktion:

Sandra Gerhard
Barbara Mathea
Ferdinand Weber

Mainz, April 2005

Inhaltsübersicht

Hinweise zu den Materialien

Was soll mit den Materialien erreicht werden?

Ein Ziel der SINUS-Dissemination in Rheinland-Pfalz ist es, den herkömmlichen Mathematikunterricht mit neuen Elementen anzureichern. Neben regelmäßigen Übungen zum Sichern von Grundwissen sollen schrittweise offenere Aufgaben und Übungsformen, die unterschiedliche Lösungswege ermöglichen, anwendungsorientierte Problemstellungen und ferner Maßnahmen, die die Eigenaktivität der Schülerinnen und Schüler fördern, in den Unterricht einbezogen werden. Die vorliegenden Materialien bieten dazu Anregungen.

Worin unterscheiden sich die Materialien von den Anregungsmaterialien der 1. Welle?

Die **Anregungsmaterialien der 1. Welle** (siehe Broschüre "SINUS-TRANSFER – Die Umsetzung des BLK-Programms in Rheinland-Pfalz", MBFJ Rheinland-Pfalz, 2004) enthalten zu bestimmten Themen (vor allem Inhalte des 7. Schuljahrs) ganz unterschiedliche Aufgaben- und Übungseinheiten, von denen jede vielseitige Impulse setzt, sich mit dem jeweiligen Anwendungsbereich auseinanderzusetzen. Die Vielfalt des Angebots innerhalb einer Einheit macht es erforderlich, dass die Lehrkräfte (möglichst im Team) die Vorlage bearbeiten und für den Einsatz in der/den eigenen Klasse(n) aufbereiten. Das heißt u. a., dass sie die Aufgabenstellung dem Anspruchsniveau der Klasse(n) anpassen, mögliche Lösungswege der Schülerinnen und Schüler simulieren, Hilfestellungen überlegen und vorbereiten, Möglichkeiten der Differenzierung reflektieren.

Die Zeit für die Bearbeitung einer solchen Aufgabe durch die Schülerinnen und Schüler beträgt mindestens eine Unterrichtsstunde. Deshalb können solche Aufgaben in einem normalen Klassenunterricht nur gelegentlich eingesetzt werden.

Die **Anregungsmaterialien der 2. Welle** sind ebenfalls offene Aufgaben. Sie tragen charakteristische Merkmale solcher Aufgaben, zum Beispiel lassen sie sich nicht nach einem eingeübten Algorithmus lösen, oft gibt es mehrere Lösungen, die als richtig anerkannt werden können, und häufig führen ganz verschiedene Lösungswege zum Ziel.
Im Gegensatz zu den Aufgaben aus der 1. Welle wird bei diesen Aufgaben aber die Voraussetzung dafür geschaffen, dass solche Aufgaben öfter in den Unterricht eingebracht werden. Dies wird erreicht, indem die Aufgaben vom Umfang her deutlich kleiner gehalten sind und somit von den Schülerinnen und Schülern in kürzerer Zeit bearbeitet werden können.

Wenn sich die Schülerinnen und Schüler häufiger und regelmäßig mit offeneren Aufgaben auseinander setzen und das veränderte Vorgehen beim Bearbeiten und Lösen solcher Aufgaben erfahren, erwerben sie nach und nach allgemeine mathematische Kompetenzen, wie sie z.B. in den Bildungsstandards beschrieben sind.

Wie können/sollen die Materialien im Unterricht eingesetzt werden?

Zuordnung zu einer Klassenstufe: Die Aufgaben lassen sich in der Regel nicht eindeutig einem bestimmten Thema der Schulmathematik und somit einer bestimmten Jahrgangsstufe zuordnen. Sie können deshalb weitgehend unabhängig von der Klassenstufe eingesetzt werden. Wenn zum Verständnis bzw. Lösen einer Aufgabe Vorkenntnisse erforderlich sind, ist dies bei der jeweiligen Aufgabe vermerkt.

Bezug zum laufenden Unterricht: Die Aufgaben sollen nicht zum Einüben eines gerade behandelten Stoffs benutzt werden. Vielmehr sollen sie eine Herausforderung für die Schülerinnen und Schüler darstellen, sich ohne direkten Bezug zu dem Thema, mit dem sie sich im laufenden Unterricht beschäftigen, mit einer offenen mathematischen Fragestellung auseinanderzusetzen, bzw. ein Anwendungsproblem mit geeigneten mathematischen Mitteln zu lösen.

Häufigkeit des Einsatzes solcher Aufgaben: Die Aufgaben sollen nicht oasenartig, in größeren zeitlichen Abständen, als unübliche Besonderheiten in den Unterricht eingestreut werden, sondern häufiger, als ein Teil einer Unterrichtsstunde bzw. der Hausaufgaben erscheinen. Wenn sich die Schülerinnen und Schüler darauf einstellen, dass sie solche Aufgaben öfter und immer wieder bearbeiten sollen, werden bei ihnen Kompetenzen geweckt und gefördert, die über rein fachliche Kenntnisse und Fertigkeiten hinausgehen.

Arbeitsformen: Die meisten Aufgaben sind so gestaltet, dass sie sowohl in Einzel-, als auch in Partner- bzw. Gruppenarbeit gelöst werden können.

Einzelarbeit empfiehlt sich dann, wenn die Schülerinnen und Schüler befähigt werden sollen, allein auf sich gestellt allgemeine mathematische Kompetenzen anzuwenden. Dies ist bei allen üblichen Tests zu Vergleichsuntersuchungen (z.B. PISA) der Fall.
Partner- oder Gruppenarbeit ist angesagt, wenn die Lehrkräfte die Kompetenzen "Kommunizieren", "Präsentieren", "Dokumentieren" in den Vordergrund rücken wollen.
Wenn es bei der einen oder anderen Aufgabe erforderlich ist, den Aufgabentext oder den Aufgabenumfang der gewünschten Arbeitsform anzupassen, ist dies bei der jeweiligen Aufgabe vermerkt.

Wie können die Materialien einen Beitrag zur Erfüllung der Bildungsstandards leisten?

In dem Beschluss der KMK über Bildungsstandards im Fach Mathematik wird u. a. gefordert, dass die Schülerinnen und Schüler mit dem Erwerb des Mittleren Schulabschlusses bzw. des Hauptschulabschlusses über folgende allgemeine mathematischen Kompetenzen verfügen:
(K1) Mathematisch argumentieren
(K2) Probleme mathematisch lösen
(K3) Mathematisch modellieren
(K4) Mathematische Darstellungen verwenden
(K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
(K6) Kommunizieren

Der regelmäßige Einsatz der "Anregungsmaterialien" von SINUS-TRANSFEr Rheinland-Pfalz leistet einen Beitrag dazu, dass diese Kompetenzen von den Schülerinnen und Schülern erworben werden. Bei jeder der folgenden Aufgaben wird angegeben, welche der Kompetenzen durch die jeweilige Aufgabe in besonderer Weise gefördert werden.

Die Auswahl der Aufgaben aus den Anregungsmaterialien, die von den Schülerinnen und Schülern bearbeitet werden sollen, ist den Lehrkräften freigestellt und kann nach verschiedenen Gesichtspunkten erfolgen (Sachbezug, mathematischer Kontext, Schwierigkeitsgrad, ...). Ein weiteres Auswahlkriterium kann aber auch sein, dass die Lehrkräfte über einen gewissen Zeitraum hinweg gezielt einzelne Kompetenzen systematisch schulen wollen. Andere Kompetenzen würden dann zu einem anderen Zeitpunkt verstärkt in den Blick genommen. Der Hinweis bei den einzelnen Aufgaben, welche Kompetenzen durch die Aufgabe angesprochen werden, kann dann bei der Auswahl hilfreich sein.

Aufgabe 1: Pausenhof[1]

Aufgabentext

In der Schule soll ein neuer rechteckiger Pausenhof angelegt werden. Die Schülerinnen und Schüler hatten dem Bauleiter Vorschläge gemacht. Der Pausenhof soll 30 m lang und 20 m breit werden. Bei einem weiteren Gespräch erklärt er ihnen: "Aufgrund einer Auflage der Baubehörde muss die eine Seite des Hofs um 10% kürzer werden. Dafür machen wir die andere Seite um 10% länger. – Einverstanden?“
Die Schülerinnen und Schüler diskutieren über die veränderten Maße und darüber, ob der Pausenhof nun mehr oder weniger Platz bietet.

Name	Aussage	richtig	falsch
Anna	Die Fläche des Pausenhofs hat sich durch die Veränderungen nicht geändert.		
Martin	Der Architekt hat die Fläche des Pausenhofs kleiner gemacht.		
Mirjam	Nein, die Fläche ist doch größer geworden, denn der Hof ist breiter als vorher.		
Klaus	Regt euch doch nicht so auf! Der Unterschied zwischen den beiden Flächengrößen beträgt doch nur 1%.		
Sven	Um den Pausenhof soll doch ein Geländer, das muss jetzt auf jeden Fall länger werden.		
Cornelia	Bei einem quadratischen Pausenhof hätte sich die Größe der Fläche nicht geändert.		
Lisa	... und die Länge des Geländers auch nicht.		

Kreuze bei jeder Antwort an, ob sie richtig oder falsch ist.
Begründe jeweils deine Entscheidung!

Erforderliche Vorkenntnisse

Flächeninhalt und Umfang des Rechtecks
Grundbegriffe der Prozentrechnung

Hinweise zur Aufgabe

- Die leere Zeile am unteren Ende der Tabelle soll/kann die Schülerinnen und Schüler anregen, eigene Überlegungen hinzufügen.
- Will man den zeitlichen Aufwand für das Lösen der Aufgabe im Unterricht in Grenzen halten (siehe Vorbemerkungen, S. 3), so kann man folgende Möglichkeiten wählen:
  - Die Aufgabe wird in Gruppen- oder Partnerarbeit gelöst. Jede Gruppe bearbeitet andere Aussagen.

[1] Überarbeitet nach einer Idee von Angela Euteneuer, PZ Bad Kreuznach.

- Soll sich jeder Schüler/jede Schülerin allein mit der Aufgabe beschäftigen, so kann man sich damit begnügen, dass jeweils nur 2-3 ausgewählte Aussagen bearbeitet werden.

– Wird die Aufgabe arbeitsteilig gelöst, so empfiehlt sich eine Präsentation der Ergebnisse am Ende der Arbeitsphase, wenn die dafür notwendige Unterrichtszeit zur Verfügung gestellt werden kann.

Hinweise zur Lösung bzw. zu Lösungswegen

Name	richtig	falsch	Begründung
Anna		X	Längere Seite wird verkürzt: A = 27 m • 22 m = 594m^2 < 600m^2 Kürzere Seite wird verkürzt: A = 33 m • 18 m = 594 m^2 < 600 m^2
Martin	X		
Mirjam		X	
Klaus	X		6/600 = 1%
Sven	Das kommt drauf an.		Längere Seite wird verkürzt 2•(27+22) m = 98 m < 100 m Kürzere Seite wird verkürzt 2•(33+18) m = 102 m > 100 m
Cornelia		X	Beispiel: 20•20 = 400; 18•22 = 22•18 = 396
Lisa	X		Beispiel: 4•20 = 80; 2•(18+22) = 80

Hinweise zur Erweiterung und zur Vereinfachung der Aufgabe

Für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler:

– Zu Anna, Martin und Mirjam:
Es soll allgemein gezeigt werden, dass es für den Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seiten a und b gleichgültig ist, ob man die längere Seite a um 10% verkürzt und die kürzere um 10% verlängert oder umgekehrt.
Eine mögliche Lösung: (a–a/10) • (b+b/10) = (a+a/10) • (b–b/10) = a•b – (a•b)/100

– Zu Lisa:
Es soll allgemein gezeigt werden, dass Lisa immer Recht hat.
Eine mögliche Lösung: 2•[(a–a/10) + (a+a/10)] = 4a

Für eine leistungsschwächere Lerngruppe:

– Die Anzahl der vorgegebenen Aussagen sollte ggf. reduziert werden. Es könnten z.B. die Betrachtungen des Umfangs (Sven, Lisa) oder die Thematisierung der quadratischen Grundfläche (Cornelia, Lisa) entfallen. Auf jeden Fall müssen aber wahre und falsche Aussagen enthalten sein.
– Es sollte vorgegeben werden, welche der Seiten des Rechtecks verkürzt und welche verlängert wird.

Allgemeine mathematische Kompetenzen – Zuordnung zu den Bildungsstandards

Mit dieser Aufgabe werden vor allem folgende allgemeine mathematische Kompetenzen gefördert. Der Bezug zu den Bildungsstandards ist ausgewiesen.

– Mathematisch argumentieren; Ergebnisse eigener Überlegungen für andere verständlich darstellen → (K1, K6)
– Probleme mit mathematischen Mitteln lösen → (K2)

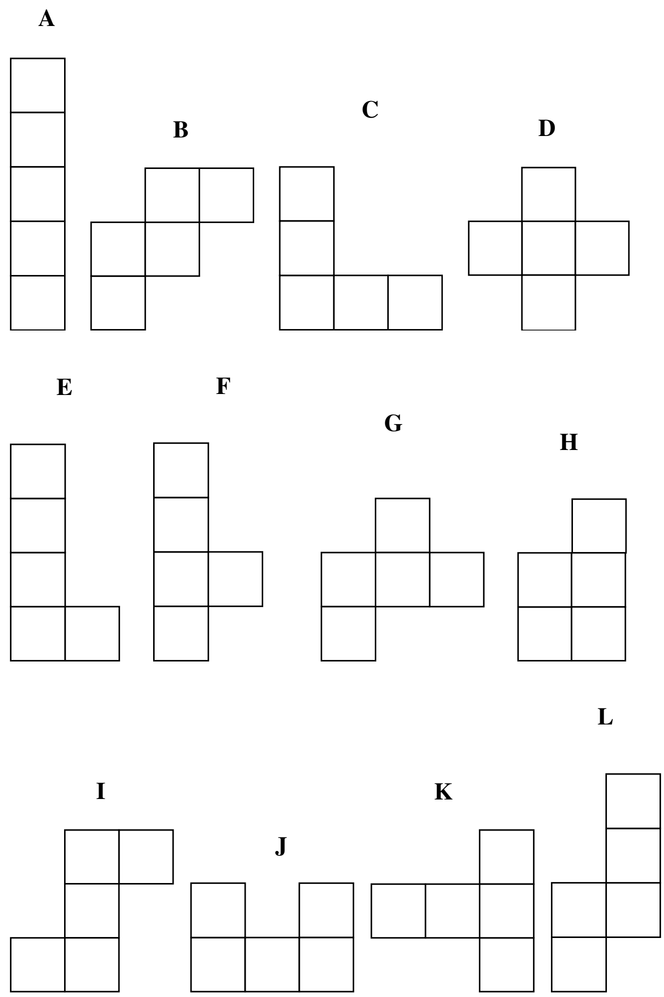
Aufgabe 2: Pentominos

Aufgabentext

Die abgebildeten Figuren, die aus fünf Quadraten zusammengesetzt sind, nennt man Pentominos.

Bei manchen Pentominos kann man ein sechstes Quadrat so hinzufügen, dass das Netz eines Würfels entsteht. Suche dir 3 Pentominos aus, und versuche sie zu Würfelnetzen zu ergänzen.

Erläutere deine Lösung oder begründe, warum kein Würfelnetz entstehen kann.



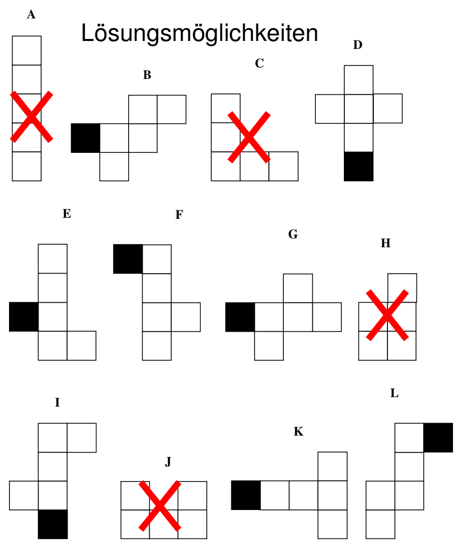
Erforderliche Vorkenntnisse:
Würfelnetze

Hinweise zur Aufgabe

- Die Bearbeitung der Aufgabe sollte in Gruppen erfolgen, ist aber auch in Einzelarbeit möglich.
- Sinnvoll ist auch, wenn die Lehrkraft im Sinn der Binnendifferenzierung den einzelnen Gruppen bzw. Schülerinnen und Schülern eine Auswahl vorgibt und dabei darauf achtet, dass auch solche Pentominos dabei sind, die sich nicht zu einem Würfelnetz ergänzen lassen.

Hinweis zur Lösung

Es gibt bei einigen Pentominos, die sich zu einem Würfelnetz ergänzen lassen, verschiedene Möglichkeiten, das 6. Quadrat hinzuzufügen. Je eine mögliche Lösung ist rechts abgebildet.



Hinweise zur Erweiterung und zur Vereinfachung der Aufgabe

Für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler:

– Ergänze mögliche Pentominos zu einem Würfelnetz und beschrifte die Quadrate mit der Augenzahl. (Vorsicht: Manchmal lässt sich das sechste Quadrat an verschiedenen Stellen einfügen.)
– "Quadrominos" sind aus *vier* Quadraten zusammengesetzt. Zeichne alle möglichen Quadrominos.

Für eine leistungsschwächere Lerngruppe:

– Es kann sinnvoll sein, die zu bearbeitenden Pentominos den Schülerinnen und Schülern auch als Figuren zum Ausschneiden und Falten zur Verfügung zu stellen

Allgemeine mathematische Kompetenzen – Zuordnung zu den Bildungsstandards

Mit dieser Aufgabe werden vor allem folgende allgemeine mathematische Kompetenzen gefördert. Der Bezug zu den Bildungsstandards ist ausgewiesen.

– Für die Lösung dieser Aufgabe gibt es keinen vorgegebenen Algorithmus. Die Schülerinnen und Schüler müssen eigene Lösungswege finden, beschreiben und begründen. → (K1)
– Der Umgang mit Netzen schult das räumliche Vorstellungsvermögen. Die Schülerinnen und Schüler müssen Darstellungen von mathematischen Objekten anwenden und interpretieren. → (K4)
– Ist Partner- oder Gruppenarbeit angesagt, so tauschen die Schülerinnen und Schüler ihre Überlegungen aus. → (K6)

Aufgabe 3: Kredite

Aufgabentext

Frau Schumacher möchte sich jetzt einen Mazda 3 zu 19000 € kaufen. Zurzeit hat sie 13000 € zur Verfügung, in einem halben Jahr kann sie zusätzlich über 7000 € verfügen. In der Zeitung findet sie drei Inserate:

Biete langfristig **1200 €.** Laufzeit: 10 Monate 1260 € zurück	**2000 €** Rückzahlbar nach 6 Monaten. 100 € Zinsen	Kredit bis 10.000 € **an jeden** ohne Banküberprüfung. 10% Zinsen

Erforderliche Vorkenntnisse

Grundkenntnisse aus der Prozentrechnung und der Zinsrechnung

Hinweise zur Aufgabe

– Die Aufgabe soll dazu beitragen, dass bei den Schülerinnen und Schülern das Grundverständnis von Prozent und Zins vertieft, ggf. reaktiviert und angewendet wird. Es geht nicht darum, gelernte Formeln oder Lösungsschemata abzurufen und durch Einsetzen die Aufgabe zu lösen. Deshalb wird empfohlen, die Aufgabe nicht zu einem Zeitpunkt einzusetzen, zu dem die Prozent- und Zinsrechnung gerade behandelt wurde. Liegt der Zeitpunkt der Behandlung länger zurück, so sollte – zumindest in leistungsstärkeren Lerngruppen – zuvor keine Kurzwiederholung erfolgen.

– Es steht zu erwarten, dass einige Schülerinnen und Schüler nicht sofort erkennen: Frau Schumacher muss bei Kredit 1 bzw. bei Kredit 2 ein Vielfaches des Angebots in Anspruch nehmen, um auf den erforderlichen Betrag von 6000 € zu kommen.

– Nicht gegenwärtig ist den Schülerinnen und Schülern möglicherweise auch, dass sich der Zinssatz immer auf ein ganzes Jahr bezieht.

Hinweise zur Lösung bzw. zu Lösungswegen

Die Aufgabe eröffnet verschiedene Lösungswege. Nahe liegend ist, den Vergleich über die zu zahlenden Zinsen oder über den Zinssatz zu führen. Die Ergebnisse, die man auf den beiden Wegen erhält, überraschen:

Bei jedem der drei Angebote betragen die Zinsen 300 €.

Kredit 1: 5•60 € Kredit 2: 3•100 € Kredit 3: (6000 € • 10 %) : 2

Beim ersten Angebot beträgt aber der Zinssatz nur 6%, bei den beiden anderen 10 %.

Kredit 1: (60/1200)•12/10 Kredit 2: 100/2000•2 Kredit 3: 10 %

Hinweise zur Erweiterung und zur Vereinfachung der Aufgabe

Für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler:

– Die vorgegebenen Zahlenwerte sollte man ggf. so verändern, dass Lösungen nicht sofort durchschaut werden.
– Die in den Hinweisen zur Lösung angegebenen "Überraschung" kann hinterfragt werden. Insbesondere können Überlegungen angestellt werden, wie der Kredit 1, der länger als erforderlich zur Verfügung steht, sinnvoll genutzt werden kann.
– Schließlich kann untersucht werden, ob sich eine Mischform aus den Angeboten lohnt.

Für eine leistungsschwächere Lerngruppe:

– Im Aufgabentext sollte statt 7000 €, über die Frau Sch. in einem halben Jahr verfügen kann, 6000 € stehen. Begründung: Sie benötigt zum Kauf des Autos nur noch 6000 €, da sie bereits 13000 € hat.
– Es sollte darauf hingewiesen werden, dass bei Kredit 1 und bei Kredit 2 auch ein Vielfaches des Angebots in Anspruch genommen werden kann.
– Man kann auch daran erinnern, dass sich der Zinssatz immer auf ein *ganzes* Jahr bezieht.

Allgemeine mathematische Kompetenzen – Zuordnung zu den Bildungsstandards

Mit dieser Aufgabe werden vor allem folgende allgemeine mathematische Kompetenzen gefördert. Der Bezug zu den Bildungsstandards ist ausgewiesen.

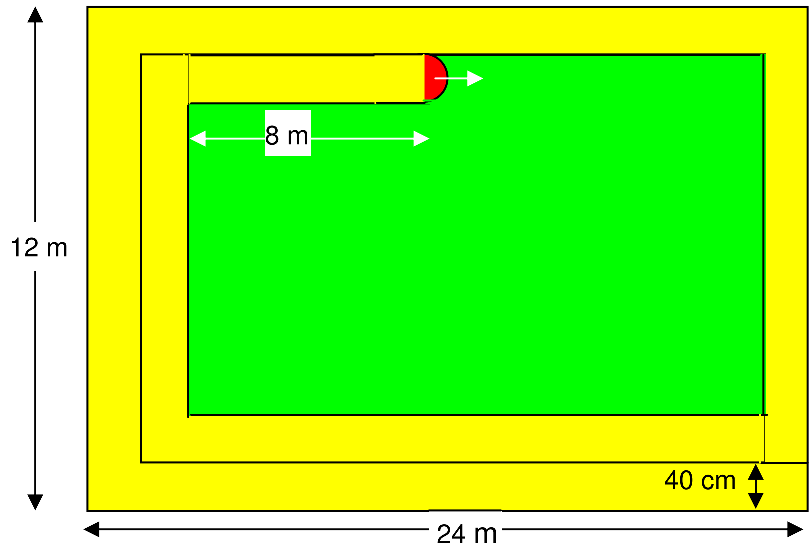
– Sich eine Strategie zur Lösung des vorgelegten Problems ausdenken, die Strategie umsetzen und den Lösungsweg überdenken → (K2)
– Die Strategie erläutern, den gewählten Lösungsweg beschreiben, begründen und verständlich darstellen → (K1)
– Berechnungen mit Hilfe der Prozent- und Zinsrechnung durchführen → (K5)
– Verschiedene Lösungen bzw. Lösungswege mit anderen diskutieren → (K6)

Aufgabe 4: Rasenmähen

Aufgabentext

Alle zwei Wochen muss ich meinen Rasen mähen. Während ich mähe, überlege ich, wie lange ich noch damit beschäftigt bin.
Für das hellere Stück habe ich 10 Minuten benötigt.

(Skizze nicht maßstabsgetreu!)



Erforderliche Vorkenntnisse:
Flächeninhalt von Rechtecken
Proportionen bzw. Dreisatz

Hinweise zur Lösung bzw. zu Lösungswegen

Die Aufgabe eröffnet ganz verschiedene Lösungswege, weil die Teilflächen sehr unterschiedlich in Rechtecke zerlegt werden können. Nahe liegend ist, im ersten Schritt entweder die *gemähte* Fläche oder die *ungemähte* Fläche zu berechnen.
Die gemähte Fläche beträgt: 44,96 m^2, die ungemähte 243,04 m^2. Die Rasenfläche insgesamt ist 288 m^2 groß.
Berechnet man zunächst die Länge der gemähten Strecke, so erhält man: 112,4 m. Insgesamt muss der Rasenmäher eine Strecke von 720 m zurücklegen.

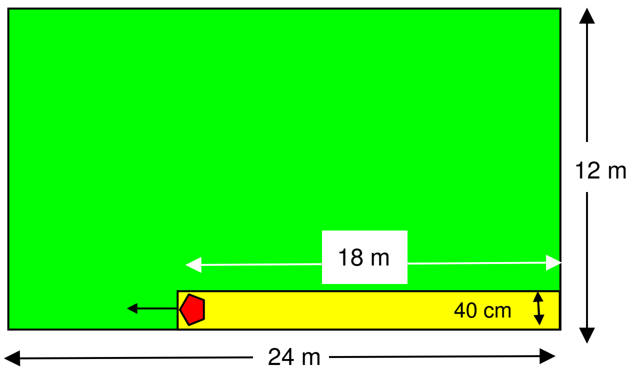
Im zweiten Schritt muss mit Hilfe einer Proportion bzw. eines Dreisatzes die Restzeit berechnet werden: ungefähr 54 Minuten (54,06).

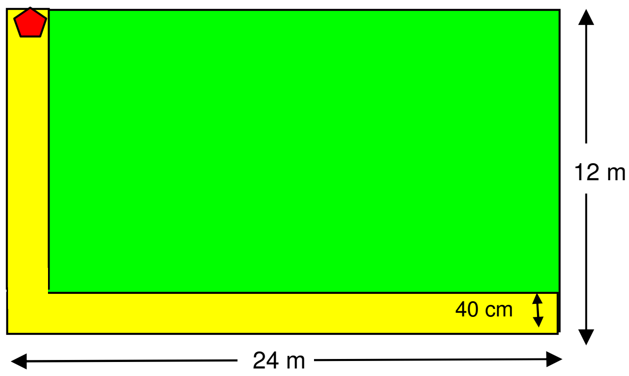
Hinweise zur Erweiterung und zur Vereinfachung der Aufgabe

Für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler:
- Welche Strecke wird insgesamt von dem Rasenmäher zurückgelegt? – Dabei können auch andere Fahrwege des Rasenmähers gewählt werden.
- Wie viele "Runden" müssen gedreht werden, bis der Rasen vollständig gemäht ist?

Für eine leistungsschwächere Lerngruppe:

An Stelle der im Aufgabentext vorgegebenen Zeichnung kann auch eine der unten stehenden Skizzen als Grundlage gewählt werden.
Die Schülerinnen und Schüler sollen selbst entscheiden, welchen Weg der Rasenmäher im weiteren Verlauf nehmen soll. Sie können sich einfacher zu berechnende Wege ausdenken.





(Skizzen nicht maßstabsgetreu!)

Für das Mähen des Streifens wurden 2 Minuten benötigt.

Für das Mähen des Streifens wurden 4 Minuten benötigt.

Das Denken und Rechnen der Schülerinnen und Schüler kann *anschaulich* unterstützt werden, wenn ein maßstabsgetreues Bild, z.B. auf einem DIN-A-4-Blatt, vorgegeben wird, auf dem die Schülerinnen und Schüler den Weg des Rasenmähers Stück für Stück einzeichnen können. Noch einmal erleichtert wird die Arbeit, wenn das DIN-A-4-Blatt kariert ist, weil dann die Kästchenbreite die Breite eines gemähten Streifens darstellt. Die gesamte Rasenfläche ist dann 15 Kästchen breit und 30 Kästchen lang.

Allgemeine mathematische Kompetenzen – Zuordnung zu den Bildungsstandards

Mit dieser Aufgabe werden vor allem folgende allgemeine mathematische Kompetenzen gefördert. Der Bezug zu den Bildungsstandards ist ausgewiesen.

- Die gesuchte Fläche kann auf unterschiedliche Weisen in Rechtecke zerlegt werden, d.h. die Schülerinnen und Schüler müssen Strategien zur mathematischen Problemlösung entwickeln. → (K2)
- Es müssen Idealisierungen vorgenommen werden (exaktes, überschneidungsfreies Mähen nicht möglich; Rasenmäher kann nicht rechtwinklig um die Ecke fahren; …). → (K3)

Aufgabe 5: Das größtmögliche Produkt

Aufgabentext

Die Ziffern 1, 2, 3, 4 und 5 sollen so in die Kästchen platziert werden, dass das Produkt möglichst groß wird. Dabei darf jede Ziffer nur einmal vorkommen.

			•			=	

Wenn du glaubst, die Lösung gefunden zu haben, versuche zu erklären, warum dein Ergebnis wirklich das Produkt mit dem größten Wert ergibt.

Erforderliche Vorkenntnisse

Grundrechenarten, Übung im Runden und Abschätzen

Hinweis zur Aufgabe

Die Schülerinnen und Schüler sollen lernen, sich der Lösung eines Problems durch systematisches Probieren zu nähern.

Hinweise zur Lösung bzw. Lösungswegen

Die Lösung lautet:

4	3	1	•	5	2	=	22412

Um möglichst zielstrebig zum Ergebnis zu kommen, kann man z.B. folgende Überlegungen anstellen:

1) Die Ziffern 5 und 4 müssen an die Stellen mit dem größten Stellenwert. Lässt man die übrigen Stellen außer Acht, so ergibt sich noch kein Unterschied, wo man die 4 und wo die 5 hinsetzt:

400 • 50	500 • 40

2) Die größte der verbleibenden Zahlen ist die 3. Es gibt vier Möglichkeiten, die 3 zu platzieren:

<table>
<tr><td colspan="2">400 • 50</td><td colspan="2">500 • 40</td></tr>
<tr><td>430 • 50</td><td>400 • 53</td><td>530 • 40</td><td>500 • 43</td></tr>
</table>

Jedes der äußeren Produkte ergibt 21500, die beiden inneren sind kleiner (21200).

3) Um die beiden letzten Ziffern 1 und 2 zu setzen, gibt es wieder vier Möglichkeiten. Auf den ersten Blick sieht man: 512•43 < 521•43. Die Berechnung der restlichen drei Fälle führt zur Lösung.

<table>
<tr><td colspan="4">400 • 50</td><td colspan="4">500 • 40</td></tr>
<tr><td colspan="2">430 • 50</td><td colspan="2">400 • 53</td><td colspan="2">530 • 40</td><td colspan="2">500 • 43</td></tr>
<tr><td>431 • 52</td><td>432 • 51</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td>521•43</td><td>512•43</td></tr>
</table>

Hinweise zur Erweiterung der Aufgabe

Wenn man den zeitlichen Rahmen für das Lösen der Aufgabe erhöht, kann man leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern die Frage stellen, wie fünf beliebige, aufeinander folgende Ziffern platziert werden müssen, um das größtmögliche Produkt zu erhalten.
Zur Lösung dieses Problems müssen dann Terme aufgestellt und verglichen werden. Es kann die gleiche Strategie wie oben angewendet werden.

1) Angenommen, es handelt sich um die 5 einstelligen Zahlen: n, n+1, n+2, n+3, n+4. Dann setzt man die größten Zahlen an die Stellen mit dem größten Stellenwert. Man vergleicht also im ersten Schritt:

H	Z	E		Z	E
n+3	0	0	•	n+4	0
[100•(n+3)] • [10•(n+4)]					
$1000n^2 + 7000n + 12000$					

H	Z	E		Z	E
n+4	0	0	•	n+3	0
[100•(n+4)] • [10•(n+3)]					
$1000n^2 + 7000n + 12000$					

2) Die größte der verbleibenden Zahlen ist die n+2. Es gibt vier Möglichkeiten, die n+2 zu platzieren:

H	Z	E		Z	E
n+3	n+2	0	•	n+4	0
$1100n^2 + 7600n + 12800$					

H	Z	E		Z	E
n+3	0	0	•	n+4	n+2
$1100n^2 + 7500n + 12600$					

H	Z	E		Z	E
n+4	n+2	0	•	n+3	0
$1100n^2 + 7500n + 12600$					

H	Z	E		Z	E
n+4	0	0	•	n+3	n+2
$1100n^2 + 7600n + 12800$					

3) Die grau unterlegten Felder fallen heraus. Um die beiden letzten Zahlen n und n+1 zu setzen, gibt es wieder vier Möglichkeiten:

H	Z	E		Z	E
n+3	n+2	n	•	n+4	n+1
$1221n^2 + 8071n + 13120$					

H	Z	E		Z	E
n+3	n+2	n+1	•	n+4	n
$1221n^2 + 7971n + 12840$					

H	Z	E		Z	E
n+4	n+1	n	•	n+3	n+2
$1221n^2 + 8062n + 13120$					

H	Z	E		Z	E
n+4	n	n+1	•	n+3	n+2
$1221n^2 + 7963n + 12832$					

Allgemeine mathematische Kompetenzen – Zuordnung zu den Bildungsstandards

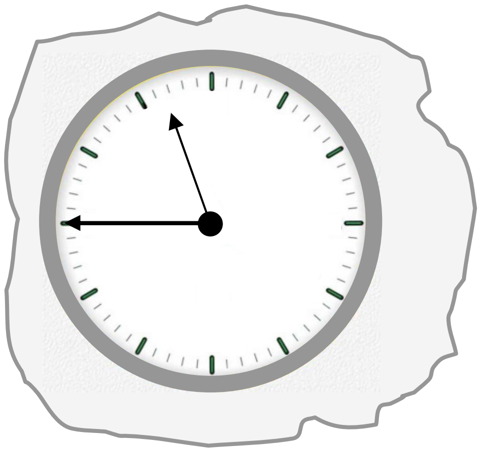
Mit dieser Aufgabe werden vor allem folgende allgemeine mathematische Kompetenzen gefördert. Der Bezug zu den Bildungsstandards ist ausgewiesen.

– Sich eine Strategie zur Lösung des vorgelegten Problems ausdenken und die Strategie umsetzen → (K2)

– Geschickte Fragen stellen, Vermutungen äußern und die Vermutungen überprüfen → (K1)

– Bei Bearbeitung der erweiterten Aufgabe: Mit Termen arbeiten → (K5)

Aufgabe 6: Uhren ohne Ziffern[1]



Aufgabentext

Die Kriminalpolizei findet am Tatort den folgenden Ausschnitt des Fotos einer Uhr. Man hat gute Gründe anzunehmen, dass dieses Foto kurz vor der Tatzeit entstanden ist. Natürlich interessiert die Polizei, zu welcher Uhrzeit das Foto geschossen wurde.

Hinweis zur Aufgabe

Auch Schülerinnen und Schüler erkennen sofort, dass zur Lösung des Problems keine mathematischen Vorkenntnisse nötig sind und dass es keinen Sinn hat, nach erlernten "Rezepten" Ausschau zu halten.

Lösung und Hinweis zum Lösungsweg

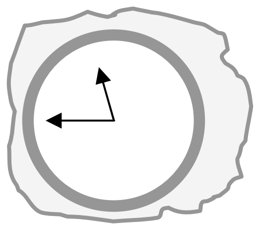
Lösung: 06:20 Uhr

Der Stundenzeiger bewegt sich in 12 Minuten von einem kleinen Teilstrich zum nächsten weiter. Nach der letzten vollen Stunde sind also zwischen 12 und 24 Minuten vergangen. Die Stellung des großen Zeigers besagt, dass es entweder 15 oder 20 Minuten sein müssen. Es könnte also 05:15 Uhr oder 06:20 Uhr sein. Da der kleine Zeiger näher beim zweiten kleinen Teilstrich ("24er-Teilstrich") steht, kommt nur 06:20 Uhr als Lösung in Frage.

Hinweise zur Erweiterung und zur Vereinfachung der Aufgabe

Für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler:

– Erheblich schwieriger wird die Aufgabe, wenn die Minuteneinteilung auf dem Zifferblatt weggelassen wird.



  Die Kriminalpolizei findet am Tatort den folgenden Ausschnitt des Fotos einer Uhr. Man hat gute Gründe anzunehmen, dass das Foto kurz vor der Tatzeit entstanden ist und die Tat nicht vor 04:00 Uhr begangen wurde. Eine genaue Messung ergab, dass der Winkel zwischen den Zeigern 70^0 beträgt.

  Da das Zifferblatt keine Einteilung enthält, gibt es mehrere Möglichkeiten. Gib wenigstens *eine* mögliche Uhrzeit an und begründe deine Lösung.

<u>Zur Lösung:</u> Zu dieser Zeigerstellung gibt es nach 04:00 Uhr in jeder Stunde eine Lösung: 04:09, 05:15, 06:20, 07:26, 08:31, 09:36, 10:42, 11:47 Uhr (gerundet). Die Schülerinnen und Schüler müssen sich klar machen, dass in jeder Minute der Minutenzeiger einen Winkel von 6^0 überstreicht und der Stundenzeiger einen Winkel von $0{,}5^0$.

---

[1] Überarbeitet nach einer Idee von Prof. Dr. P. Gallin, Fortbildung in Waldfischbach, Februar 2005

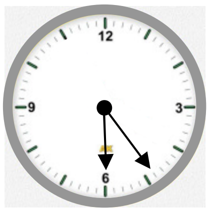
– Nicht ganz so schwer wie die vorangegangene Aufgabe ist die Folgende:

Es ist zwischen 06:00 Uhr und 07:00 Uhr. Die Zeiger auf einer Uhr bilden einen Winkel von 70^0. Wie viel Uhr ist es?

<u>Lösung:</u> 06:20 Uhr

Für eine leistungsschwächere Lerngruppe:

Der kleine Zeiger der Uhr hat sich gelockert. Es ist 24 Minuten nach 8 Uhr. Zeichne ein, wo der kleine Zeiger eigentlich stehen müsste.



Lösung: Der kleine Zeiger weist auf den zweiten Teilstrich "nach 8".
Hinweis: Schwieriger ist die Aufgabe, wenn man die Einteilung weglässt. Dann müssen die Schülerinnen und Schüler den Winkel zwischen den Zeigern bestimmen (108^0).

Allgemeine mathematische Kompetenzen – Zuordnung zu den Bildungsstandards

Mit dieser Aufgabe werden vor allem folgende allgemeine mathematische Kompetenzen gefördert. Der Bezug zu den Bildungsstandards ist ausgewiesen.

– Sich eine Strategie zur Lösung des vorgelegten Problems ausdenken, die Strategie umsetzen und den Lösungsweg überdenken → (K2)

– Die Strategie erläutern, den gewählten Lösungsweg beschreiben, begründen und verständlich darstellen → (K1)

Aufgabe 7: Macht die Wärme dem Schall Beine?[1]

Aufgabentext

Bei Messungen zur Schallgeschwindigkeit v (Meter pro Sekunde, Abk.: m/s) in Abhängigkeit von der Temperatur T (^{0}C) sind von Arbeitsgruppen folgende Werte ermittelt und auf Kärtchen notiert worden:

4 °C	-4 °C	0 °C	8 °C	-8 °C	12 °C	20 °C	-16 °C	30 °C	-30 °C
334 m/s	330 m/s	332 m/s	337 m/s	327 m/s	339 m/s	343 m/s	323 m/s	349 m/s	313 m/s

Welchen Eindruck vermitteln diese Messwerte? Kreuze jeweils an, ob dir die Aussage zutreffend erscheint oder nicht, und begründe jeweils deine Entscheidung.

Aussage	richtig	falsch
Es ist kein Zusammenhang zwischen T und v zu erkennen.		
Mit steigender Temperatur wächst die Geschwindigkeit.		
Mit steigender Temperatur fällt die Geschwindigkeit.		
Es handelt sich um eine proportionale Zuordnung.		
Es handelt sich um eine umgekehrt proportionale Zuordnung.		
T und v ändern sich annähernd linear.		

Erforderliche Vorkenntnisse

Proportionale und umgekehrt proportionale Zuordnungen
Unterschied zwischen einer proportionalen und einer linearen Zuordnung
Zusatzaufgabe: Gleichung der linearen Funktion

Hinweis zur Aufgabe

Die Schülerinnen und Schüler sollen Kenntnisse über Zuordnungen in einem ungewohnten Kontext anwenden. Wenn die Behandlung der proportionalen und umgekehrt proportionalen Zuordnungen im Unterricht schon längere Zeit zurückliegt, sollen sie sich ggf. selbst das notwendige Wissen aneignen oder sich Mittel und Wege ausdenken, wie sie möglichst viele der angebotenen Aussagen beurteilen können. Eine vorherige Kurzwiederholung der Zuordnungen im Unterricht wäre kontraproduktiv.

[1] Bearbeitet nach einer Idee aus „Mathematik-Aufgaben, Anregungen für veränderte Aufgabenstellungen für die Schuljahrgänge 7/8 der Sekundarschule und des Gymnasiums, Seite 16, Hrsg. Kultusministerium Sachsen-Anhalt, Magdeburg 2000“.

Hinweise zur Lösung bzw. zu Lösungswegen

Aussage	richtig	falsch
Es ist kein Zusammenhang zwischen T und v zu erkennen.		X
Mit steigender Temperatur wächst die Geschwindigkeit.	X	
Je kleiner die Temperatur desto größer die Geschwindigkeit.		X
Es handelt sich um eine proportionale Zuordnung.		X
Es handelt sich um eine umgekehrt proportionale Zuordnung.		X
T und v ändern sich annähernd linear.	X	

Hinweise zur Erweiterung und zur Vereinfachung der Aufgabe

Für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler:
– Die Schülerinnen und Schüler sollen weitere passende Wertepaare angeben.
– Die Funktionsgleichung einer "geeigneten" Geraden soll aufgestellt werden.

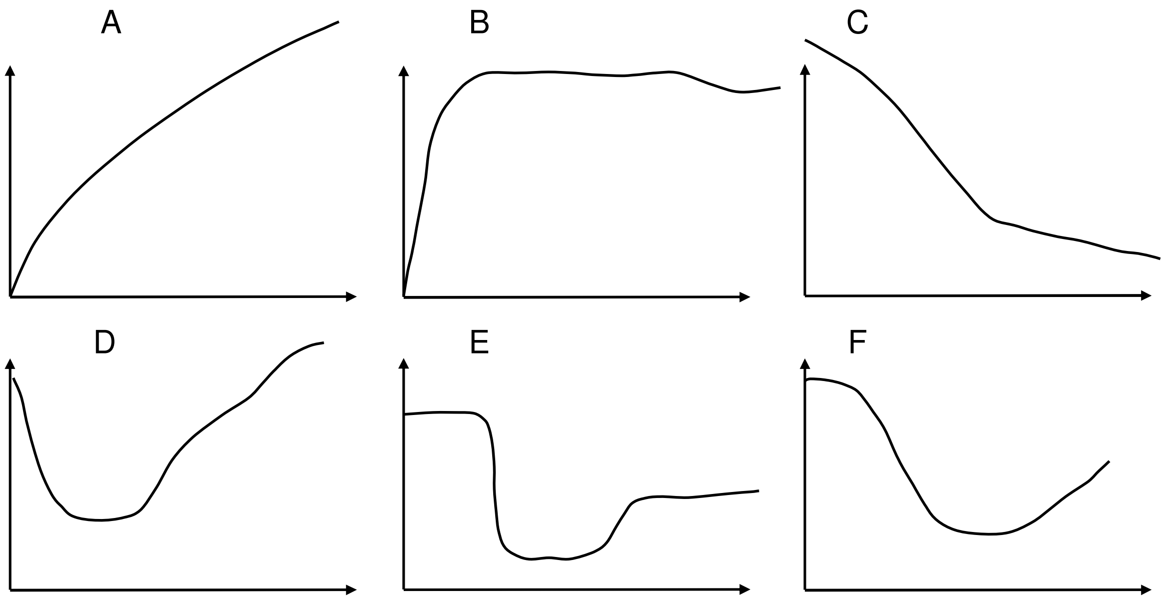
Für eine leistungsschwächere Lerngruppe:
– Es sollte ein Koordinatensystem mit Skalierung vorgegeben werden.

Allgemeine mathematische Kompetenzen – Zuordnung zu den Bildungsstandards

Mit dieser Aufgabe werden vor allem folgende allgemeine mathematische Kompetenzen gefördert. Der Bezug zu den Bildungsstandards ist ausgewiesen.
– Entscheidungen mathematisch begründen → (K1)
– Mit Tabellen und Diagrammen arbeiten; Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen und nutzen → (K4)

Aufgabe 8: Veränderungen an Graphen[1]

Aufgabentext



a) Welcher Graph passt zu welcher Aussage? – Begründe deine Entscheidung!

- Kurz nach der Eröffnung des neuen Vergnügungsparks nahmen die Besucherzahlen stark ab. Inzwischen kommen aber immer mehr Besucher und zuletzt sogar mehr als bei der Eröffnung.
- Nachdem ein Sprinter nach kurzer Zeit seine Höchstgeschwindigkeit erreicht hat, kann er sie fast bis zum Schluss halten.

b) Suche dir einen Graphen aus und beschreibe mit wenigen Sätzen eine Situation, bei der sich eine Größe mit der Zeit so verändert, wie es im Graphen dargestellt ist.

Erforderliche Vorkenntnisse
Graphen im Koordinatensystem lesen und interpretieren

Hinweise zur Aufgabe
– Im täglichen Leben werden häufig zeitliche Veränderungen durch Graphen im Koordinatensystem dargestellt. Die Schülerinnen und Schüler sollen deshalb ihre Fähigkeiten, mit grafischen Darstellungen umzugehen und sie in unterschiedlichen Kontexten zu interpretieren, durch regelmäßiges Trainieren festigen und vertiefen.

[1] Nach Anregungen aus SINUS-Materialien Nordrhein-Westfalen

In den Aufgabensammlungen, die im Rahmen von SINUS und SINUS-TRANSFER erstellt wurden, in den meisten Schulbüchern und in vielen fachdidaktischen Veröffentlichungen werden immer wieder entsprechende Aufgaben angeboten. Es ist durchaus sinnvoll, wenn sich Lehrerinnen und Lehrer dafür entscheiden, in einem bestimmten Zeitraum in ihrer Klasse vorzugsweise Aufgaben dieser Art bearbeiten zu lassen, um die genannten Fähigkeiten gezielt zu entwickeln.

– Die Aufgabe eignet sich gut für Einzelarbeit. Die Schülerinnen und Schüler sollen dann ihre Begründungen schriftlich festhalten. Die Aufgabe ist aber auch für Partnerarbeit geeignet.

Lösung: 1. Aussage: Graph D ; 2. Aussage: Graph B

Allgemeine mathematische Kompetenzen – Zuordnung zu den Bildungsstandards

Mit dieser Aufgabe werden vor allem folgende allgemeinen mathematischen Kompetenzen gefördert. Der Bezug zu den Bildungsstandards ist ausgewiesen.

– Graphen und Texte zueinander in Beziehung setzen → (K4)

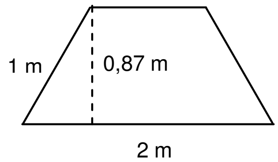
– Eigene Überlegungen und Entscheidungen verständlich erläutern, begründen und dokumentieren → (K1)

Aufgabe 9: Tische, Tische, Tische …

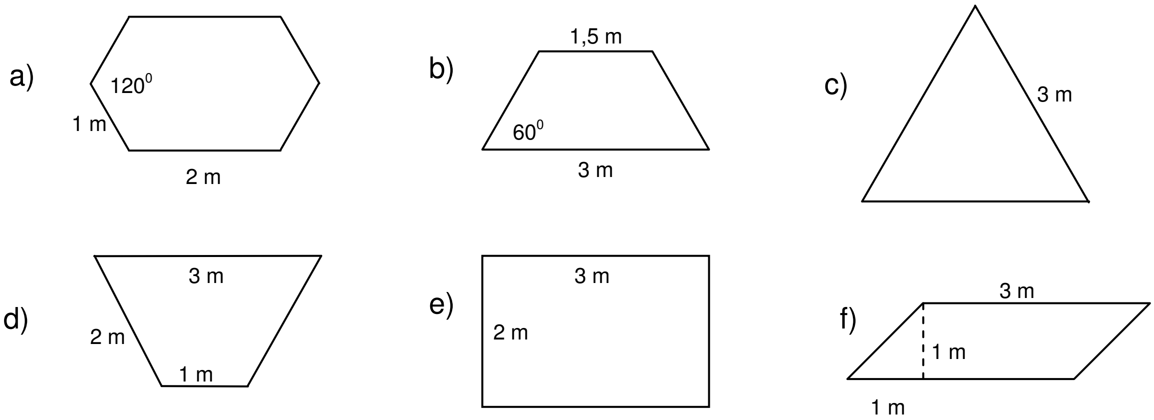
Aufgabentext

In einem Aufenthaltsraum stehen folgende Tischelemente zur Verfügung:

1) gleichseitige Dreiecke mit der Seitenlänge 1 m,
2) gleichschenklige Trapeze mit der Seitenlänge 1 m, der Grundseite von 2 m und der Breite 0,87 m (siehe Skizze).



Welche der folgenden Tischformen kannst du aus den Elementen zusammenstellen? Begründe jeweils deine Antwort!



Erforderliche Vorkenntnisse

Die erforderlichen Vorkenntnisse richten sich danach, auf welchem Weg die Aufgabe gelöst werden soll.

– Zum Lösen der Aufgabe durch Auslegen der Figuren mit Hilfe von Schablonen ist geometrisch-kombinierendes Vorstellungsvermögen erforderlich; geometrische Definitionen und Sätze werden nicht benötigt.
– Wenn die Aufgabe oder Teile davon zeichnerisch gelöst werden sollen, muss auf Grundkenntnisse in der Anwendung der Zeichengeräte oder im Umgang mit einer Geometriesoftware zurückgegriffen werden können.
– Um die Aufgabe rechnerisch zu lösen, können die Winkelsätze, der Satz des Pythagoras und die Winkelfunktionen nützlich sein.

Hinweise zur Aufgabe

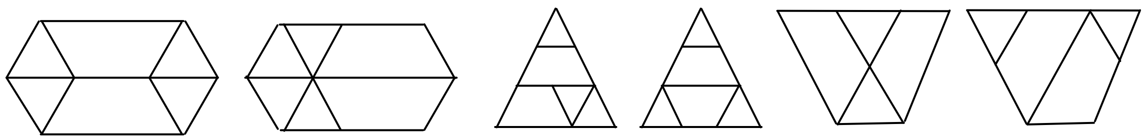
– Die Aufgabe bietet die Möglichkeit der Anwendung der Eigenschaften von symmetrischen Dreiecken und Vierecken in einem ungewohnten, anwendungsbezogenen Kontext. Die Begründungen der Lösungen können auf unterschiedliche Weisen und auf unterschiedlichen Niveaustufen gegeben werden.

– Zunächst müssen die Schülerinnen und Schüler zeichnerisch oder rechnerisch ermitteln, dass beide Tischformen, die zur Verfügung stehen (gleichseitige Dreiecke und gleichschenklige Trapeze), die Basiswinkel 60^0 haben und die kleinere Grundseite des Trapezes 1 m lang ist. Zur Vereinfachung kann man in der Aufgabenstellung beim Trapez statt der Höhe (0,87 m) auch einen Basiswinkel angeben.

- Alle Figuren a) bis f) lassen sich auf Grund der jeweils angegebenen Seiten und Winkel konstruieren. Da die Figuren a) bis f) maßstabsgerecht gezeichnet sind (1:100), kann man auch unmittelbar in die Figuren hinein zeichnen.
- Um ggf. den zeitlichen Rahmen der Bearbeitung in Grenzen zu halten, könnte man aus den Vorlagen geeignete auswählen oder die Aufgabe arbeitsteilig bearbeiten lassen.

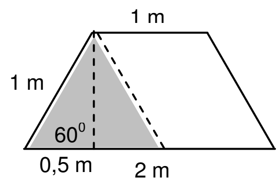
Hinweise zur Lösung bzw. Lösungswegen

- Die Formen a), c) und d) können mit den vorgegebenen Tischelementen hergestellt werden, die Formen b), e) und f) nicht.
- Bei den Tischformen a), c) und d) sind mehrere richtige Lösungen möglich, z.B.:



Dass b) nicht lösbar ist, hängt an der Seitenlänge 1,5 m; die Aufgabenteile e) und f) scheitern an den Winkeln.

- Wenn man bei dem *vorgegebenen* Trapeztisch nicht die Höhe (0,87 m), sondern einen Basiswinkel (60^0) vorgibt, können die Schülerinnen und Schüler ohne zeichnen zu müssen, die Länge der kürzeren Grundseite (1 m) ermitteln (siehe Skizze: Das grauunterlegte Dreieck ist gleichseitig.).



Hinweise zur Erweiterung und zur Vereinfachung der Aufgabe

Für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler:
- Zusätzliche Bedingung: Die Anzahl der benötigten Tischelemente soll möglichst klein sein.
- Man gibt keine maßstabsgetreuen Abbildungen, sondern nur Skizzen der Tische a) bis f) vor.

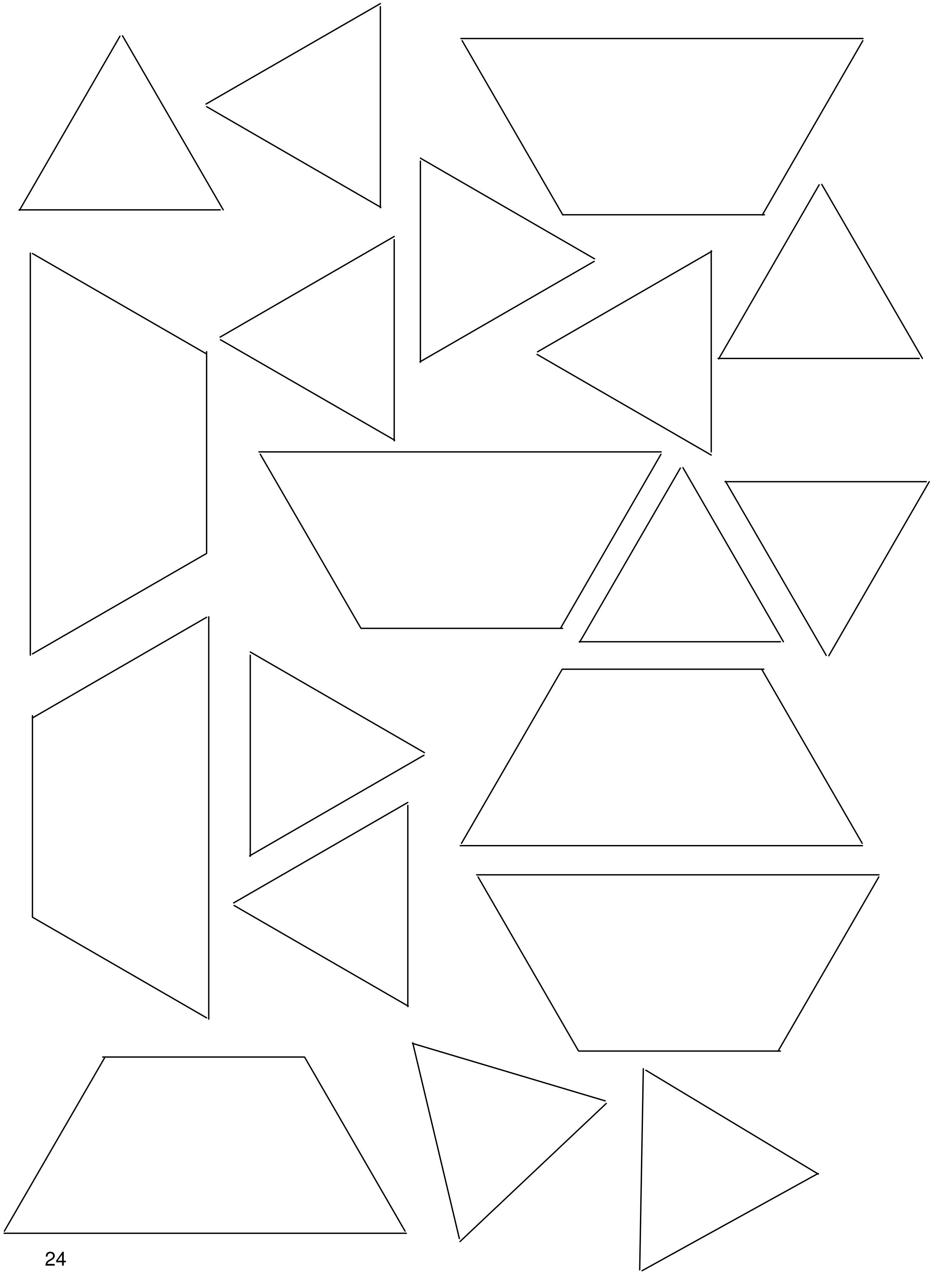
Für eine leistungsschwächere Lerngruppe:
- Legt man den Schülerinnen und Schülern Schablonen zum Ausschneiden vor, können diese die Aufgabe durch systematisches Probieren lösen. Die zu untersuchenden Figuren müssen dann auf die Größe der Schablonen angepasst sein.
  Kopiervorlagen im Maßstab 1:25 sind angefügt.

Allgemeine mathematische Kompetenzen – Zuordnung zu den Bildungsstandards

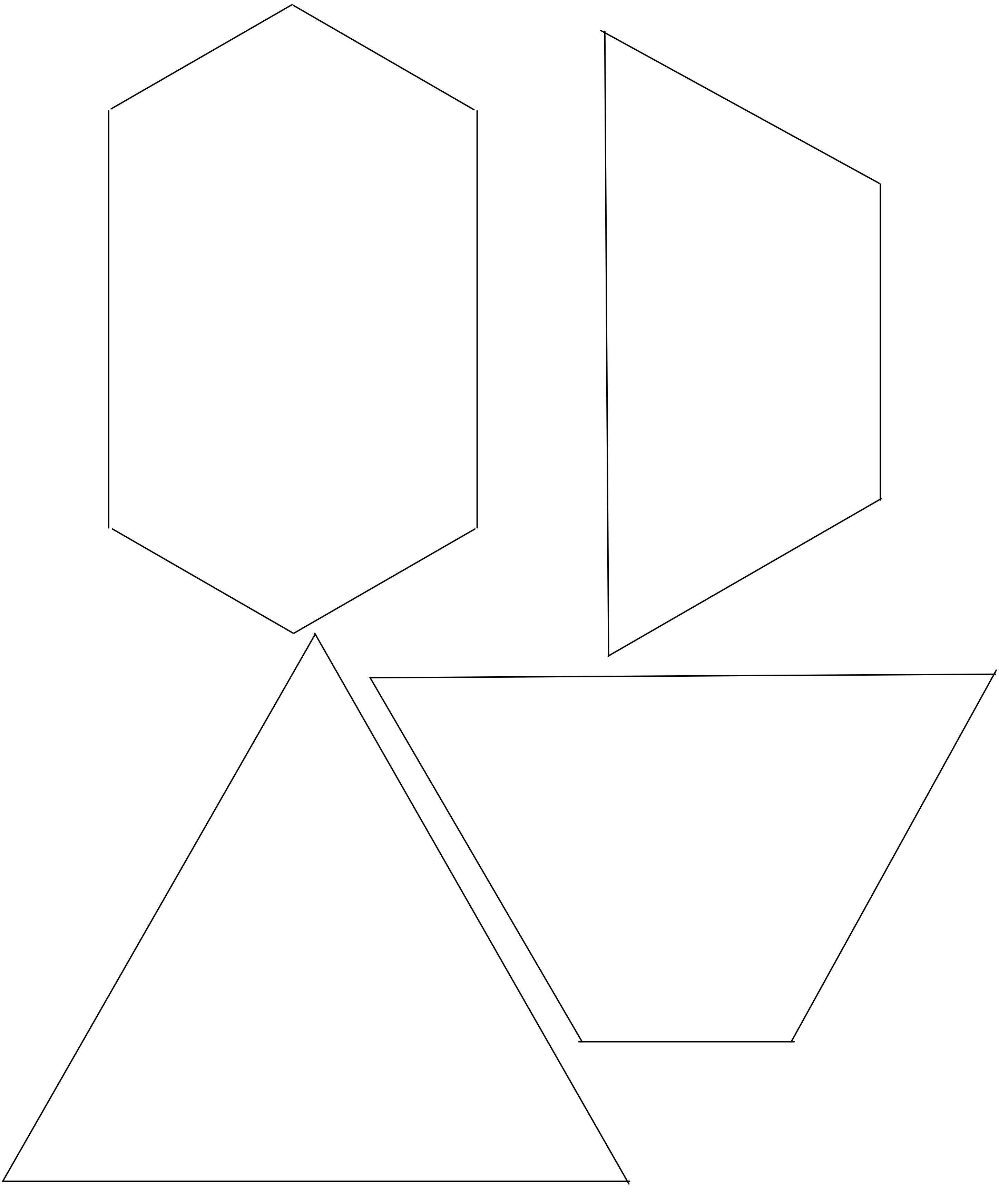
Mit dieser Aufgabe werden vor allem folgende allgemeine mathematische Kompetenzen gefördert. Der Bezug zu den Bildungsstandards ist ausgewiesen.

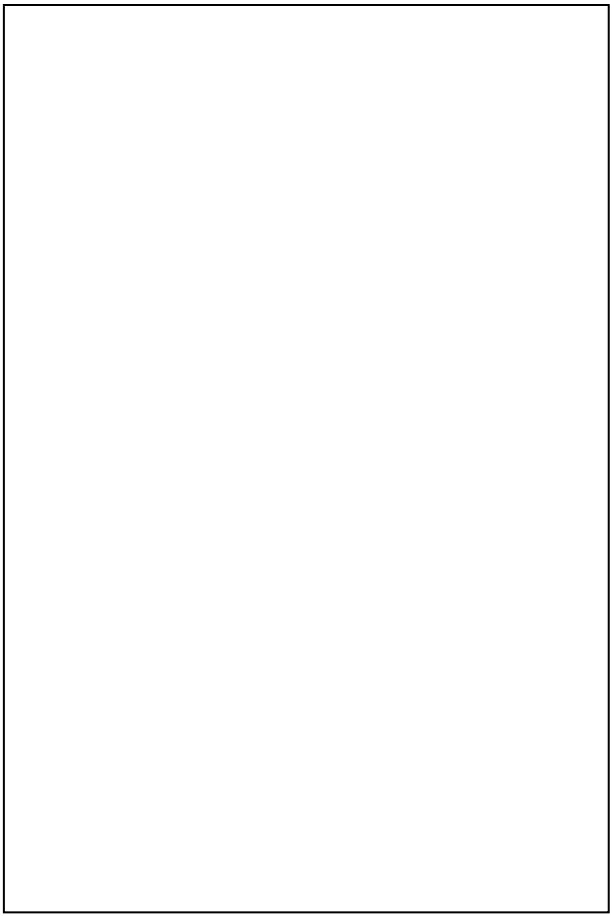
- Sich eine Strategie zur Lösung des vorgelegten Problems ausdenken, die Strategie umsetzen und den Lösungsweg überdenken → (K2)
- Mit Hilfe der Eigenschaften geometrischer Figuren argumentieren → (K1)

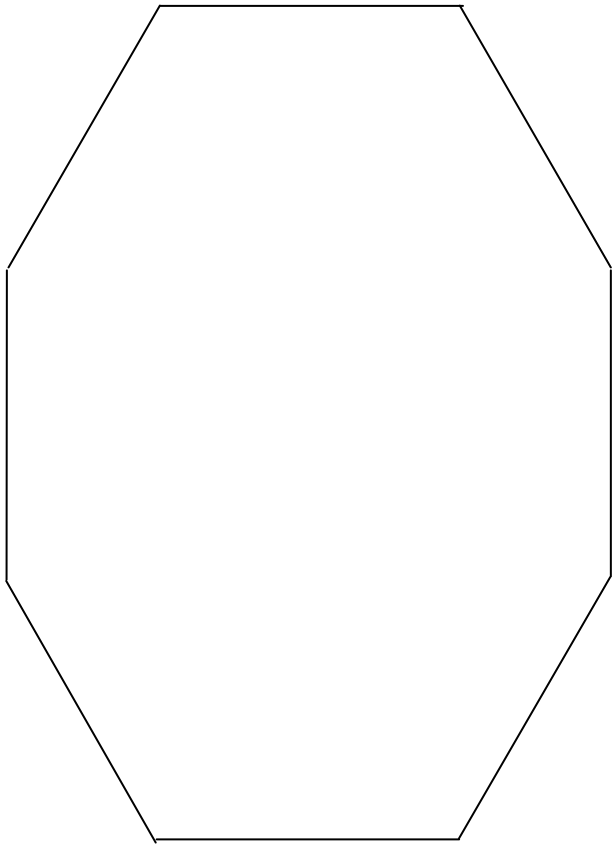
Tischelemente zum Ausschneiden

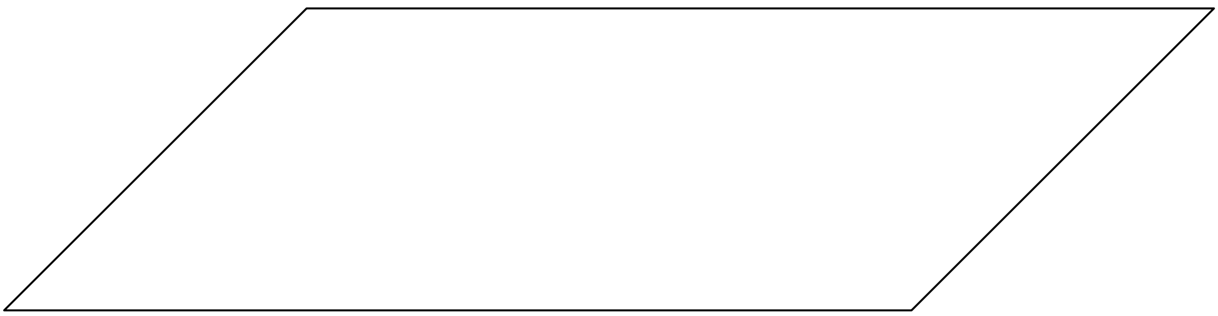


Folgende Tische sollen, wenn möglich, aus den Tischelementen zusammengestellt werden.







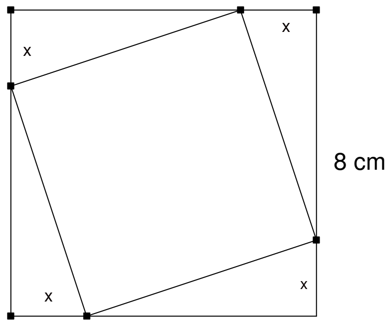


Aufgabe 10: Das Quadrat im Quadrat

Aufgabentext

Gegeben ist das Quadrat mit der Seitenlänge 8 cm. In dieses Quadrat wird ein Quadrat so einbeschrieben, wie es in der Skizze dargestellt ist. Die Länge von x kann 1 cm, 2 cm, 3 cm, … sein.

Für welches x ist der Flächeninhalt des inneren Quadrats am kleinsten?



Erforderliche Vorkenntnisse

Deckungsgleichheit (Kongruenz), Flächeninhalt des Rechtecks

Sind weitere Vorkenntnisse vorhanden, steigt die Anzahl der möglichen Lösungswege: Flächeninhalt des Dreiecks, Winkelsätze, Satz des Pythagoras, Ähnlichkeit

Für die Zusatzaufgabe: Lösen einer quadratischen Gleichung

Hinweise zur Aufgabe

- Die Schülerinnen und Schüler sollen üben, auch Aufgaben anzugehen, bei denen sich kein erlernter Lösungsweg direkt anbietet und aus verschiedenen erlernten Strategien/Verfahren geeignete auszuprobieren.
- Zum explorativen Arbeiten empfiehlt sich der Einsatz einer Geometriesoftware (z.B. "DynaGeo").

Hinweise zur Lösung

Quadratseite	x	Gesamtinhalte der 4 Dreiecke	Inhalt des inneren Quadrats
8 cm	1 cm	14 cm^2	50 cm^2
8 cm	2 cm	24 cm^2	40 cm^2
8 cm	3 cm	30 cm^2	34 cm^2
8 cm	4 cm	32 cm^2	32 cm^2
a cm	x cm	2x(a-x)	$a^2 - 2ax + 2x^2$

Hinweise zur Erweiterung und zur Vereinfachung der Aufgabe

Für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler:

– Im Aufgabentext heißt es, dass die einbeschriebene Figur ein Quadrat ist. Zeige, dass es sich tatsächlich um ein Quadrat handelt.
– Begründe geometrisch, warum der Flächeninhalt des einbeschriebenen Quadrats für $x = 4$ am kleinsten ist.
– Das Quadrat hat nicht die Seitenlänge 8 cm, sondern a cm (a: rationale Zahl). x ist eine rationale Zahl mit $0 < x < a$.
– Für welches x nimmt das einbeschriebene Quadrat mit der Seitenlänge a cm 68 % (p %) des Ausgangsquadrates ein?
  Lösung: $\frac{a^2 - 2ax + 2x^2}{a^2} = 0{,}68$ $x_1 = 0{,}8a$; $x_2 = 0{,}2a$

Für eine leistungsschwächere Lerngruppe:

– Folgende Impulse können für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler hilfreich sein:
  - Der 'Abfall', das sind die 4 rechtwinkligen Dreiecke, muss möglichst groß werden.
  - Jeweils 2 der rechtwinkligen Dreiecke können zu einem Rechteck zusammengesetzt werden, dessen Seiten bekannt sind, nämlich x und 8–x.
  - Um die Vorstellung zu unterstützen, können die Dreiecke abgeschnitten und zu Rechtecken zusammengelegt werden.
  - Für welches x wird ein solches Rechteck möglichst groß?
– Schülerinnen und Schüler, die sich auch damit schwer tun, können auch systematisch probieren, indem sie maßstabsgerechte Zeichnungen für verschiedene x herstellen und die Seiten der Quadrate ausmessen. Wichtig ist dann allerdings, dass sie selbst auf diese Idee kommen und nicht von außen darauf gelenkt wurden.

Allgemeine mathematische Kompetenzen – Zuordnung zu den Bildungsstandards

Mit dieser Aufgabe werden vor allem folgende allgemeinen mathematischen Kompetenzen gefördert. Der Bezug zu den Bildungsstandards ist ausgewiesen.

– Sich eine Strategie zur Lösung des vorgelegten Problems ausdenken, die Strategie umsetzen und den Lösungsweg überdenken → (K2)
– Die Strategie erläutern, den gewählten Lösungsweg beschreiben, begründen und verständlich darstellen → (K1)
– Mit Variablen, Formeln, Termen und Gleichungen arbeiten → (K5)