Sichern von Grundwissen auf verschiedenen Niveaustufen

Ferdinand Weber

Warum wir das Sichern von Grundwissen für unbedingt erforderlich halten

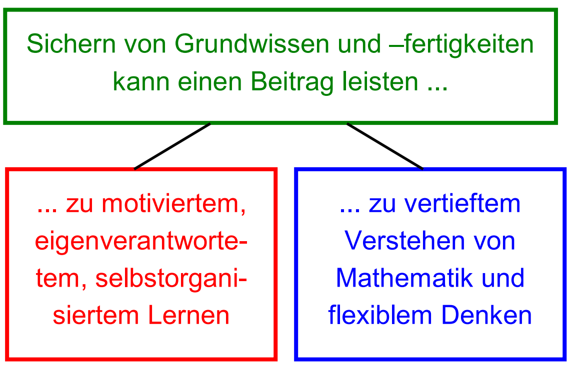
Die Notwendigkeit, durch geeignete Maßnahmen dafür zu sorgen, dass Schülerinnen und Schüler dauerhaft über ein bestimmtes tragfähiges Wissen verfügen und grundlegende Fertigkeiten beherrschen, wird in der letzten Zeit immer deutlicher erkannt und intensiver gefordert. Die Kumulativität von Lernprozessen wird als wichtiges Ziel einer Weiterentwicklung von Mathematikunterricht immer häufiger genannt.
Diese Einsicht hat auch ihren Niederschlag gefunden in den Bildungsstandards für den mittleren Schulabschluss und für den Hauptschulabschluss. Die Erfahrungen von SINUS und SINUS-TRANSFER zeigen, dass viele Lehrerinnen und Lehrer sich dann für eine Veränderung ihres Unterrichts aufschließen lassen, wenn sie erkennen, dass durch die Maßnahmen dauerhaft solidere Grundkenntnisse bei den Schülerinnen und Schülern erreicht werden können.

Die Gründe liegen auf der Hand: Die sichere Verfügbarkeit von Grundkenntnissen ist Vorbedingung dafür, dass komplexere anwendungsorientierte Probleme und offene Fragestellungen von den Schülerinnen und Schülern bearbeitet und gelöst werden können. Grundwissen zu sichern ist auch deshalb sinnvoll, weil dadurch "anschlussfähiges Wissen" aufgebaut wird. Es ermöglicht ein lebenslanges Weiterlernen, d.h. es muss so beschaffen und strukturiert sein, dass in späteren Schuljahren oder im Beruf immer wieder daran "angeschlossen" werden kann. Schließlich ist es die Voraussetzung für eine auf Verständnis beruhende flexible kreative Beschäftigung mit Mathematik und die Grundlage dafür, die Rolle der Mathematik in der Welt zu verstehen und begründete mathematische Urteile abzugeben. Und noch ein ganz pragmatischer Grund: Bei Aufnahmeprüfungen und Eignungstests werden Schülerinnen und Schüler, die über solche Kenntnisse sicher verfügen, bessere Erfolge erzielen.

Was wir unter Sichern von Grundwissen verstehen

Wenn im Rahmen von unterrichtlichen Zielsetzungen und methodischen Empfehlungen im Fach Mathematik das regelmäßige Sichern von Grundwissen empfohlen wird, und wenn Lehrerinnen und Lehrer durch konsequentes Üben Kenntnisse und Fähigkeiten dauerhaft sichern, dann werden solche Ansätze oft abgewertet als "verständnisloses Abarbeiten von beziehungslosen Routineaufgaben." Dass diese Beurteilung der Bemühungen um ein Sichern von Grundwissen im Rahmen von SINUS entschieden zu kurz greift, soll im Folgenden belegt werden.

Unter "Grundwissen" verstehen wir elementare Kenntnisse, Fertigkeiten, Fähigkeiten, über die die Schülerinnen und Schüler jederzeit ohne längeres Reflektieren oder Wiederholen verfügen sollen. Sichern von Grundwissen in den durch die SINUS-Module beschriebenen Rahmen geht aber über das reine gedächtnismäßige Verfügbarhalten von Wissen und das automatisierte Beherrschen von Fertigkeiten hinaus. Zwei Bereiche bieten sich an, in denen das Anliegen des Sicherns von Grundwissen erweitert und vertieft werden kann.



In beiden Bereichen kann man Ziele gestuft ausweisen und diese durch entsprechenden Unterricht auf verschiedenen Niveaustufen realisieren.

Die Literaturhinweise beziehen sich auf die Broschüre: Sinus-Transfer – Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts, Mainz 2004

1. Stufen zu selbstständigem Lernen beim Sichern von Grundwissen

0. Stufe

Beginnt man in einer Klasse, Maßnahmen zum Sichern von Grundwissen durchzuführen, so ist es erforderlich, bei den Schülerinnen und Schülern eine Einsicht in die Notwendigkeit des Sicherns von Grundwissen und –fertigkeiten zu wecken und sie für entsprechende Übungen aufzuschließen und zu motivieren. Selbst wenn dies geschehen ist, darf man die Bereitschaft und die Fähigkeit, sich selbstständig um regelmäßiges Üben zu bemühen und vorhandene Lücken in eigener Verantwortung aufzuarbeiten, nicht überschätzen, wenn man sich als Lehrkraft Enttäuschungen und Rückschläge ersparen will.

Sinnvoll ist, in einer ersten Phase einfache, von der Lehrkraft vorgegebene Aufgaben lösen zu lassen. Es gibt verschiedene Möglichkeiten, dies zu organisieren, zum Beispiel:

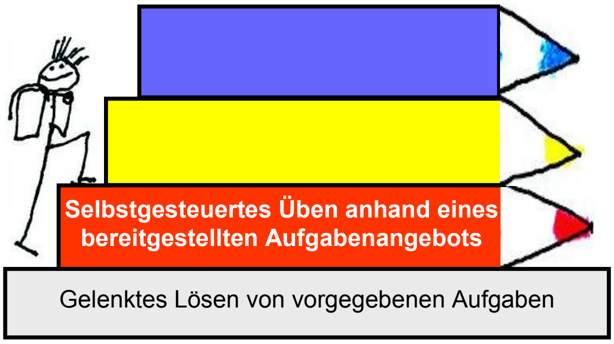
- Am Anfang jeder Stunde: 5-Minuten-Übungen ("Tägliche Übungen"), die die Lehrkraft diktiert und zu denen die Schülerinnen und Schüler sofort die Lösung in ein eigenes Übungsheft schreiben.
- In jeder Stunde einzelne kleine Aufgabenblätter oder –streifen verteilen, die sofort im Unterricht bearbeitet werden.

Aufgabenbeispiele und Erfahrungen mit dieser Art der Grundwissensicherung sind in [12] beschrieben.

Wichtig ist, dass solche Übungen regelmäßig und konsequent erfolgen. Lehrerinnen und Lehrer berichten fast übereinstimmend, dass der Unterrichtsbeginn dadurch eine Straffung erfährt. Die Schülerinnen und Schüler erwarten, wie in einem "Ritual", die Kurzwiederholung und stellen sich – innerlich und äußerlich – darauf ein.

Ausgehend von diesem gelenkten Üben kann man versuchen, die Schülerinnen und Schüler zu mehr Selbstständigkeit zu führen.

1. Stufe



Auf dieser 1. Stufe wird den Schülerinnen und Schülern ein überschaubarer Entscheidungsspielraum eingeräumt. In einem von der Lehrkraft gesteckten Rahmen können sie das Bearbeitungstempo, die Auswahl der Aufgaben, die Reihenfolge der Bearbeitung und ggf. auch das Thema, das sie bearbeiten wollen, selbst bestimmen.

Folgende Möglichkeiten haben sich bewährt:

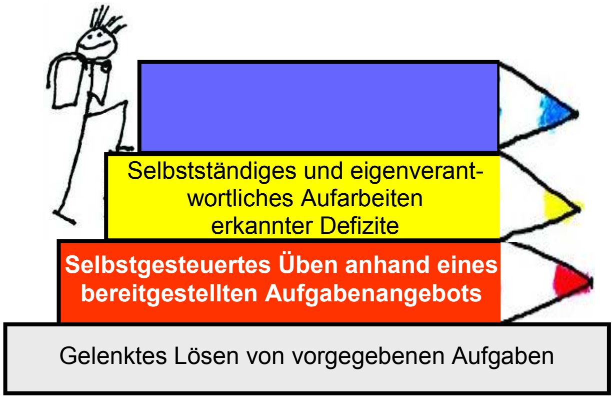
- Mehrere verschiedene Aufgaben- und Arbeitsblätter werden zur Verfügung gestellt.
- Karteikästen mit thematisch geordneten Aufgabensammlungen stehen zur Auswahl.
- Durch Übung wird die Erlangung eines "Mathe-Führerscheins" angestrebt (siehe [6]).
- Die Schülerinnen und Schüler arbeiten an Lernstationen, ggf. mit Lernprotokollen.

Motivierend wirkte auch, wenn Schülerinnen und Schüler sich gegenseitig Übungsaufgaben stellten.

Versucht wurde auch, Schülerinnen und Schüler durch "Ferienaufgaben" anzuhalten, dem Vergessen entgegenzuwirken. Das sind Arbeitsblätter, die am Schuljahrsende verteilt werden und die so gestaltet sind, dass sie zu einer gelegentlichen (freiwilligen) Beschäftigung mit Mathematik, auch in den Ferien, motivieren.

Die Literaturhinweise beziehen sich auf die Broschüre: Sinus-Transfer – Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts, Mainz 2004

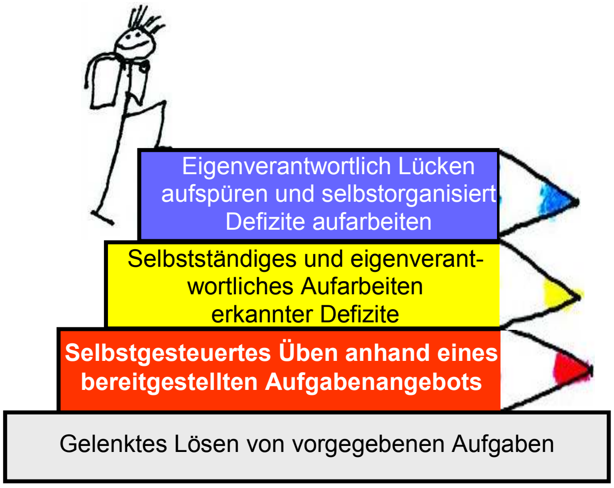
2. Stufe



Das Aufarbeiten von Lücken im laufenden Unterricht führt vielerorts zu einem Zeitproblem. Dies lässt sich mindern, wenn Schülerinnen und Schüler, nachdem sie selbst oder durch die Lehrkraft auf ihre Lücken aufmerksam wurden, thematische Teilbereiche auswählen, die sich als besonders wiederholungsbedürftig erwiesen haben, und diese selbstständig gezielt angehen. Sie können dann den zeitlichen Rahmen und die Arbeitsintensität der Wiederholung selbst bestimmen und nach Reaktivierung ihrer Fertigkeiten und ihres Wissens den Umfang weiterer Übungen zur Festigung und Sicherung festlegen.

Damit dies erfolgversprechend ist, muss die Lehrkraft geeignetes Material zum selbstständigen Aufarbeiten von Lücken bereitstellen und den Schülerinnen und Schülern Anleitungen geben. Anregungen für solche Arbeitsblätter gibt es z.B. in [10]. In der Broschüre "Wiederholen als bewusstes Unterrichtselement" des Staatsinstituts für Schulpädogogik und Bildungsforschung München (ISB) gibt es in einem eigenen Abschnitt eine Anleitung zum selbstständigen Wiederholen mit Literaturhinweisen (siehe [9]).

3. Stufe



Diese höchste Stufe wird erfahrungsgemäß – wenn überhaupt – nur von wenigen Schülerinnen und Schülern erreicht. Auf dieser Stufe sind die Lernenden fast ganz auf sich allein gestellt. Sie müssen eigenverantwortlich im laufenden Unterricht oder im Rahmen von Wiederholungsübungen herausfinden, wo ihre Lücken liegen und dann selbst einen Plan organisieren, nach dem sie ihre Wissens- und Könnensdefizite aufarbeiten.

Als Hilfe sollte die Lehrkraft ihrer Klasse eine ausführliche Zusammenstellung geben, was in der jeweiligen Jahrgangsstufe zu Grundwissen und -fertigkeiten gezählt wird. Dies kann/soll auch zurückliegenden Stoff umfassen. Testaufgaben, mit denen die Schülerinnen und Schüler sich selbst prüfen können, Musteraufgaben mit Lösungen, durch die die Anforderungen präzisiert werden und Hinweise zur Selbstorganisation des Lernprozesses sollten bereitgestellt werden. Wie schon auf der 2. Stufe muss natürlich auch hier auf geeignetes Material zum Aufarbeiten von Lücken und zum Üben hingewiesen werden.

Die Literaturhinweise beziehen sich auf die Broschüre: Sinus-Transfer – Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts, Mainz 2004

2. Stufen zu vertieftem Verstehen von Mathematik beim Sichern von Grundwissen

Wenn sich Lehrerinnen und Lehrer entscheiden, in ihrer Klasse Übungen zum Sichern von Grundwissen durchzuführen, so verfolgen sie in der Regel zunächst das Ziel, bei den Schülerinnen und Schülern ein bestimmtes mathematisches Wissen gedächtnismäßig so zu verankern und Verfahren so zu automatisieren, dass dies jederzeit sicher zur Verfügung steht. Es handelt sich dabei um Kenntnisse und Fertigkeiten, die im Mathematikunterricht und im täglichen Leben immer wieder benötigt werden. Dazu könnte man zum Beispiel die Division von Bruchzahlen zählen, das Rechnen mit Prozenten, die Multiplikation negativer Zahlen, das Ausmultiplizieren von Klammern, das Lösen einer quadratischen Gleichung mit der Formel, die Definitionen von Potenzen mit negativen und gebrochenen Exponenten, u.a.

In der ersten Phase der Grundwissensicherung in einer Klasse wird beim Lösen der entsprechenden Aufgaben von den Schülerinnen und Schülern nicht erwartet, dass sie stets inhaltliche Vorstellungen mit den Aufgaben verbinden und ihr Vorgehen herleiten oder begründen können.

Auch wenn dies von einigen Fachleuten anders gesehen wird, ein solches Ziel ist nicht abwegig. Kognitionspsychologen fordern das Routinieren von basalen Fertigkeiten, weil diese dann bei der Ausführung wenig Aufmerksamkeit bzw. Verarbeitungskapazität in Anspruch nehmen. Dadurch steht möglichst viel an kognitiver Kapazität für die Bewältigung komplexerer Anforderungen zur Verfügung. Routinierte basale Fertigkeiten entlasten beim Problemlösen.
Auch von fachdidaktischer Seite wird immer häufiger anerkannt, dass innermathematisches themenbezogenes Trainieren die Schülerinnen und Schüler motivieren, ja sogar richtig Spaß machen kann.

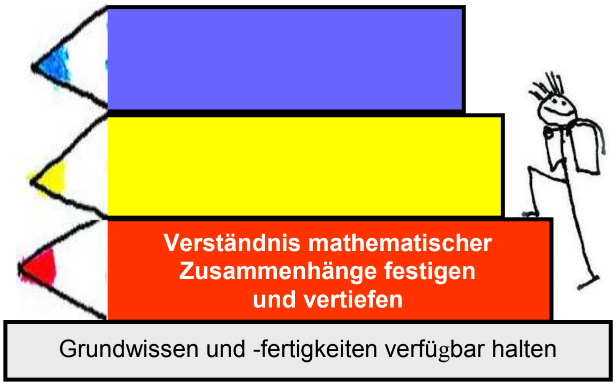
Allerdings sollte man nicht auf diesem untersten Niveau stehen bleiben. Auch hier kann man stufenweise zu immer anspruchsvolleren Übungen aufsteigen, was im Folgenden gezeigt wird.

In Rheinland-Pfalz wird im Rahmen von SINUS diese Art von Aufgaben als "Pfiffige Aufgaben" bezeichnet. Folgendes sind die Kennzeichen von "pfiffigen Aufgaben" – auch im Gegensatz zu offenen, problemorientierten Aufgaben:

- Sie haben mit Routineaufgaben gemeinsam, dass die Fragestellungen kurz sind und der Lösungsaufwand gering ist.
- Sie unterscheiden sich von Routineaufgaben darin, dass für das Lösen der Aufgaben sowohl mathematisches Grundwissen als auch mathematische Kompetenzen erforderlich sind.
- Sie sollen einem oder mehreren Themen aus dem Grundwissenkatalog zugeordnet werden können. Es geht nicht um allgemeine Denksportaufgaben, Knobelaufgaben oder Projektaufgaben.
- Die Aufgaben sollen in die an der Schule praktizierten Übungen zum Sichern von Grundwissen (z.B. Tägliche Übungen, Arbeiten mit Karteikarten,...) integriert werden.
- Eine Aufgabe soll vom Umfang her so beschaffen sein, dass sie von Schülerinnen und Schülern in kurzer Zeit gelöst werden kann (z.B.: pro Aufgabe maximal 3 Minuten bei "Täglichen Übungen" bzw. 6 Minuten beim Arbeiten mit Karteikarten).
- Obwohl die Aufgaben für die Hauptschule einfach sein müssen, sollen die Anforderungen doch das reine Ausführen von Routinen übersteigen.

Die folgenden Aufgabenbeispiele verdeutlichen das Anliegen der "pfiffigen Aufgaben". Sie wurden von Beteiligten am SINUS-Projekt aus Rheinland-Pfalz und aus anderen Ländern erstellt, von Lehrerinnen und Lehrern modifiziert und dann im Unterricht im Rahmen des Sicherns von Grundwissen erprobt. Weitere Aufgaben siehe [4], [5].

1. Stufe



Auf dieser 1. Stufe geht es um Aufgaben, zu deren Lösung die Schülerinnen und Schüler zeigen müssen, dass sie die Begriffe, die sie gelernt haben und die Verfahren, die sie anwenden, auch verstanden haben. Ehe man sofort drauflos rechnet, ehe man einen Term gedankenlos nach bekanntem Verfahren umformt, ehe man eine Gleichung nach bewährtem Lösungsmuster angeht, sollte man einmal genauer auf die Aufgabe schauen. Manchmal helfen die bewährten Verfahren nicht weiter oder sind zu umständlich. Da ist es notwendig oder nützlich, über den mathematischen Sachverhalt nachzudenken, um eine Lösung zu finden.

Aufgaben zu vorteilhaftem Rechnen

- Fasse geschickt zusammen: $0{,}25 \cdot 3 \cdot 4$
- Löse vorteilhaft:

$\frac{1}{3}+\frac{6}{8}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$ $\qquad 3\frac{1}{2}+4\frac{3}{5}+0{,}5$

$5\cdot\frac{1}{5}:5\cdot\frac{1}{5}$ $\qquad 22\cdot 12+22\cdot 18$

Aufgaben zum Zahlverständnis

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche falsch?

- Für alle rationalen Zahlen a, b gilt: $a \cdot b > a$.
- Es gibt rationale Zahlen a, für die gilt: $a^2 < a$.
- Zu jeder rationalen Zahl a gibt es eine rationale Zahl b, für die gilt: $a \cdot b = 0$

Aufgaben zur Prozentrechnung

- Was gibt am Ende das höhere Gehalt: Fünfmal hintereinander eine Gehaltserhöhung um 10% oder eine einmalige Erhöhung um 60%?
- Um wie viel Prozent erhöht sich der Flächeninhalt eines Quadrats, wenn man dessen Seiten um 10% verlängert?

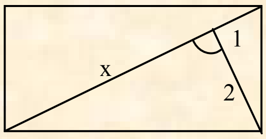
"Stimmt das?" – Aufgaben

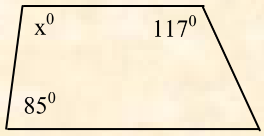
- Wenn 2 Teiler einer Zahl ist, dann ist diese Zahl keine Primzahl.- Stimmt das?
- Wenn eine natürliche Zahl bei Division durch 5 den Rest 2 lässt, dann lässt das Doppelte des Quadrats dieser Zahl bei Division durch 5 den Rest 3. - Stimmt das?
- Markus behauptet: Auf dem Tisch liegen 4 Quadrate, 5 Rechtecke und 3 Trapeze. - Kann das stimmen?
- 1/3 liegt genau in der Mitte zwischen 1/2 und 1/4, denn 3 liegt genau in der Mitte zwischen 2 und 4. – Stimmt das?
- Max behauptet: $(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{5})$ ist eine rationale Zahl. Kann das stimmen? – Überlege!
- Es gibt Dreiecke, bei denen zwei Winkelhalbierende senkrecht zueinander verlaufen. - Gibt es das wirklich?
- Claudia behauptet: Eine *gerade* Zahl zwischen 0 und 10 ist Lösung der Gleichung $3{,}5x + \frac{1}{2} + x = x(x+3)$ ·
  Kann das stimmen? – Überlege!

Die Literaturhinweise beziehen sich auf die Broschüre: Sinus-Transfer – Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts, Mainz 2004

Aufgaben zur Geometrie

- Die Maßzahlen von Umfang und Flächeninhalt eines Quadrats sind gleich. Wie lang ist seine Seite?
- Wie groß ist x?
- Wie groß ist x?





Gleichungen

$3 \cdot (2x+8) - 3x = 3 \cdot 2x + 8 - 3x$

$\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$

$\frac{|x|}{x} = 1$

$\sqrt{x} = \sqrt{x}$

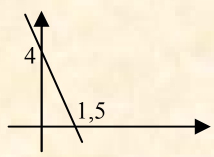
$\left| \begin{array}{l} x - y = 1 \\ 2y - 2x = -2 \end{array} \right|$

Aufgaben mit verschiedenen Lösungswegen bzw. mehreren Lösungen

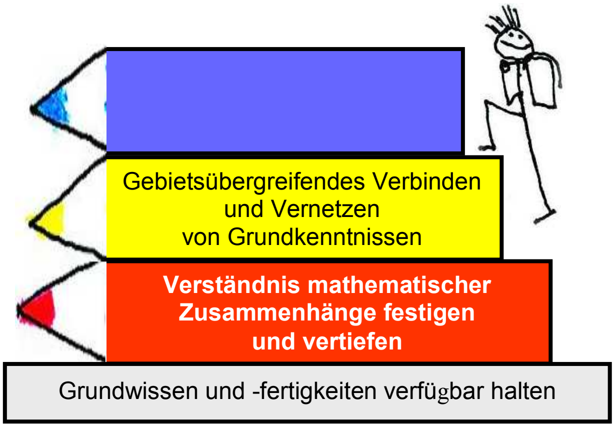
- Gib verschiedene Gleichungen mit der Lösung –4 an.
- 2/3 eines vorgegebenen Rechtecks soll eingefärbt werden.
- "Zahlenmauern", die verschiedene Rechenwege ermöglichen

Aufgaben zu Funktionen

- Was haben die Graphen von $y=\frac{1}{2}x^2$ und $y=2x^2$ gemeinsam, worin unterscheiden sie sich?
- Welche x-Koordinate besitzt der Scheitel der Parabel mit der Gleichung $y=x^2+2x$?
- Nenne eine Gerade $y=mx+b$, die die x-Achse in (m/0) schneidet.
- Wie lautet die Gleichung der Geraden?



2. Stufe

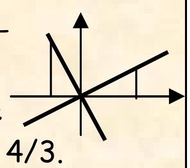


Aufgaben dieser 2. Stufe dienen dazu, die sichere Beherrschung und Anwendung von Grundwissen und Grunderfahrungen zu flexibilisieren. Zum Lösen einer solchen Aufgabe sind Wissen und Fertigkeiten aus verschiedenen Teilgebieten der Schulmathematik erforderlich. Beispielsweise werden häufig in ein und derselben Aufgabe sowohl Kenntnisse aus der Algebra als auch aus der Geometrie benötigt. Gebietsübergreifend soll eine Aufgabe aber auch dann heißen, wenn Wissen und Fertigkeiten aus verschiedenen Teilthemen der Algebra (bzw. der Geometrie), die zeitlich unabhängig voneinander unterrichtet werden, zur Bearbeitung der Aufgabe miteinander kombiniert werden müssen.
Mit diesen Aufgaben der 2. Stufe soll verhindert werden, dass Grundwissen nur themenweise, beziehungslos wiederholt und gefestigt wird. Eine Vernetzung mathematischen Wissens ist nicht nur bei offenen Aufgaben angesagt. Sie ist genau so beim Sichern von Grundwissen möglich und nötig.

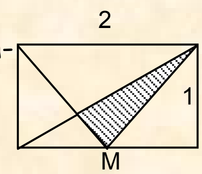
Es besteht allerdings die Gefahr, dass Aufgaben, die diesem Anspruch genügen, zu umfangreich und vielschichtig werden, so dass der Blick auf das Sichern von Grundwissen verstellt wird.

- Gib Gleichungen von Funktionen aus möglichst vielen verschiedenen Funktionsklassen an, deren Graphen ...
  ... symmetrisch zum Ursprung sind.
  ... durch (1/1) und (-1/-1) gehen.
  ... durch (0/1) gehen und monoton wachsen.

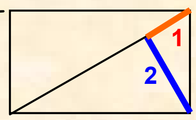
- Eine Gerade durch den Ursprung hat die Steigung 3/4. Eine dazu senkrechte Gerade hat die Steigung - 4/3. Begründe.



- Wie groß ist der Flächeninhalt des schraffierten Gebiets ?

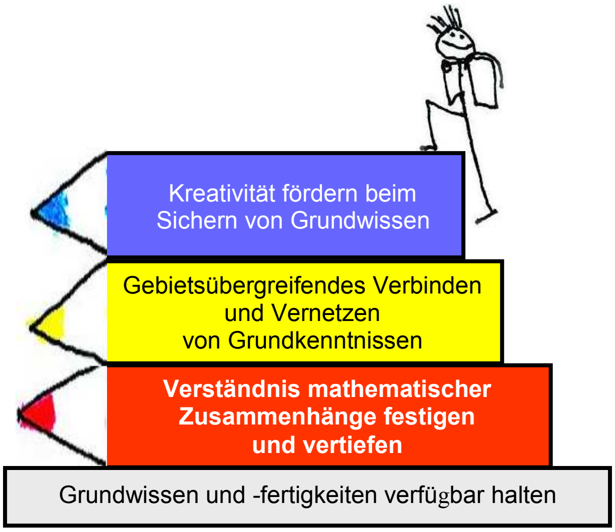


- Wie groß ist der Flächeninhalt des Rechtecks und der Dreiecke?



Die Literaturhinweise beziehen sich auf die Broschüre: Sinus-Transfer – Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts, Mainz 2004

3. Stufe



Bei dieser Art von Aufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Grundwissen und –fähigkeiten einsetzen, um Problemstellungen zu lösen, die allein mit Routineverfahren nicht lösbar sind. Bei jeder Aufgabe führt ein Durchdringen des inner- oder außermathematischen Sachverhalts zu entscheidenden Ansatzpunkten für eine Lösung. Um zum Erfolg zu kommen, müssen die Schülerinnen und Schüler Wissen geschickt kombinieren und in der Lage sein, mit fachlichen Begriffen inhaltliche Vorstellungen zu verbinden. Diese Art von Aufgaben eröffnen in der Regel mehrere mögliche Lösungen bzw. Lösungswege.

Aufgaben dieser 3. Stufe kommen schon nahe an den Bereich der offenen Übungsaufgaben heran, d.h. an das, was auch als "intelligentes Üben" oder als "produktives Üben" bezeichnet wird. Allerdings sind häufig die in der Literatur angegebenen Aufgaben für die Zwecke des Sicherns von Grundwissen zu allgemein, zu umfangreich und zu komplex. Die Übergänge zwischen den von uns intendierten Aufgaben der 3. Stufe zu den offenen Übungsaufgaben sind fließend. Je offener eine Problemstellung ist, umso weniger dient sie dem Festigen des Grundwissens.

Die nachfolgenden Aufgabenbeispiele sollen unsere Anliegen, die mit der 3. Stufe verbunden sind, erläutern.

- Ein Weinverkäufer senkt den Inhalt einer Spezialflasche von 500ml auf 400ml bei gleichem Preis. Wie hoch ist die Preissteigerung?
- Mit einer Parabelschablone (E=1cm) ist eine Parabel in ein Koordinatensystem mit E=2cm gezeichnet. Wie lautet die Funktionsgleichung?
- Eine Flasche mit Kork kostet 1,10 Euro. Die Flasche allein ist 1 Euro teurer als der Kork. Wie teuer ist der Kork?
- Gibt es einen Bruch zwischen 5/11 und 6/11 ? Begründe.
- Frisch geerntete Pflaumen haben ohne Stein einen Wassergehalt von 96%. Dörrpflaumen enthalten dagegen nur noch 60% Wasser. Wie viele Packungen mit je 100g Dörrpflaumen können aus 125 kg entsteinten frischen Pflaumen hergestellt werden?
- 3 gelbe Kugeln sind gleich schwer wie 4 rote. 4 grüne Kugeln sind gleich schwer wie 5 gelbe. Wie viele rote Kugeln sind gleich schwer wie 3 grüne?

Die Literaturhinweise beziehen sich auf die Broschüre: Sinus-Transfer – Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts, Mainz 2004

Weitere Beispiele zu Stufe 3

- In einer Gärtnerei wurden vier verschiedene Sorten von Tomaten gesetzt. Während einer Kälteperiode ist eine gewisse Zahl von Setzlingen erfroren. Welche Sorte war am widerstandsfähigsten, welche am empfindlichsten?

	A	B	C	D
Zahl der Setzlinge	60	80	20	24
davon erfroren	15	28	6	84

- Eine Normalparabel wird um ihren Scheitel gedreht. Um welchen Winkel darf man höchstens drehen, wenn der gedrehte Graph eine Funktion darstellen soll?

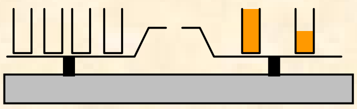
- Aus vier vorgegebenen Brüchen sollen unter Benutzung der vier Grundrechenarten möglichst große Zahlen aufgebaut werden.

- Gegeben sind Graph und Gleichung der Parabel $f(x) = x^2 + 4x + 14$ ohne Koordinatensystem. Wo liegt das Koordinatensystem?

- Aus vier vorgegebenen Brüchen soll unter Benutzung der vier Grundrechenarten eine Zahl aufgebaut werden, die möglichst nahe bei 1 liegt.

- Bei einem Skilift dauert die Bergfahrt 7 Minuten. Fritz benötigt auf Bigfoots für die Talfahrt 5 Minuten, Claudio auf Snowboard 3 Minuten und Georg auf Skiern 2 Minuten. Wann treffen sich die 3 Freunde wieder an der Talstation?

- Links stehen 4 leere Gläser, rechts ein vollständig und ein zur Hälfte gefülltes Saftglas.
  Ein gefülltes Glas wiegt 1400 g. Was wiegt der Saft allein?



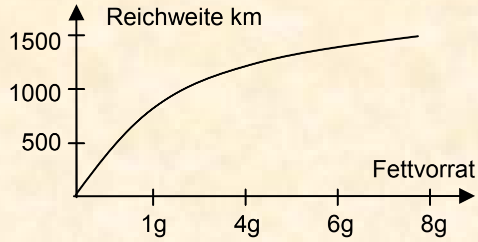
- Betrachte das folgende Zahlendreieck genau. Wie ist es aufgebaut?

				1				
			2	3	4			
		5	6	7	8	9		
	10	11	12	13	14	15	16	
17	18	19	20	21	22	23	24	25

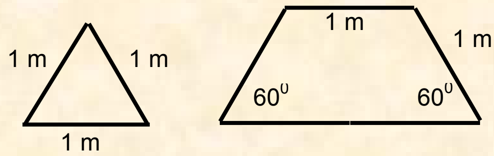
  a) Wie heißt die 6. Zeile?
  b) Wie heißt die letzte Zahl der 8. Zeile?
  c) Wie viele Zahlen sind in der 5. und in der 6. Zeile?
  d) Wie heißt die 12. Zahl in der 13. Zeile?

Weitere Beispiele zu Stufe 3

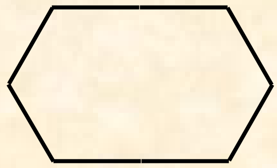
- Zugvögel verbrauchen beim Überqueren des Meeres ihren Fettvorrat. Das nebenstehende Diagramm zeigt die Reichweite eines solchen Vogels in Abhängigkeit vom angesetzten Fettvorrat.
  Ein Vogel startet mit einem Fettvorrat von 8g.
  Nach welcher Strecke ist dieser Vorrat auf 6g zusammengeschrumpft?



- In einem Tagungshaus stehen folgende Tischelemente zur Verfügung:

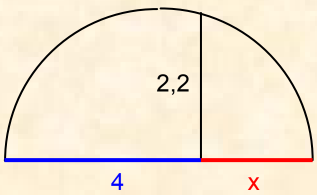


  Aus solchen Elementen wird ein Tisch folgender Form zusammengestellt:

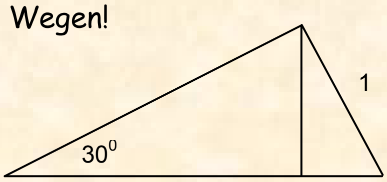


  Die kürzeren Seiten sollen 2 m lang sein.
  Gib verschiedene Möglichkeiten an.

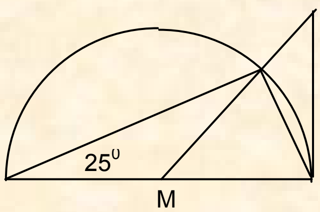
- Berechne x!



- Berechne die Höhe auf möglichst vielen verschiedenen Wegen!



- Berechne alle Winkel!



Eine gute Erfahrung zum Schluss:
Öffnen von Aufgaben **und *Sichern von Grundwissen* bedingen einander.**

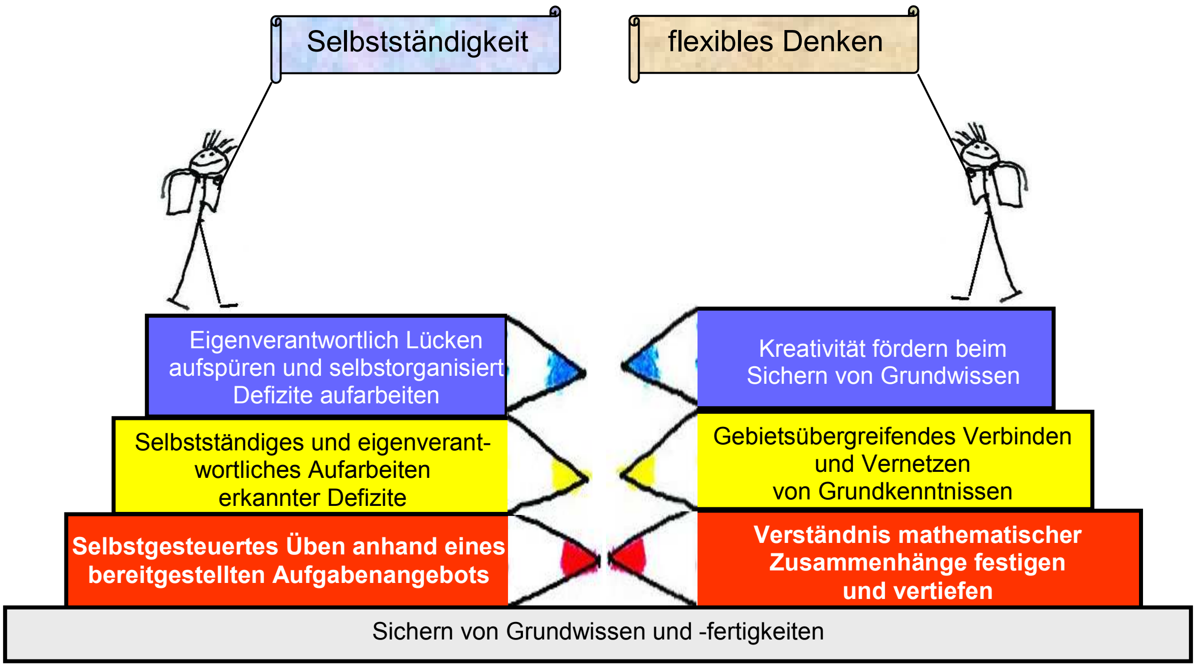
In Rheinland-Pfalz waren und sind das "Öffnen von Aufgaben" und das "Sichern von Grundwissen" die beiden Arbeitsschwerpunkte in den BLK-Programmen SINUS und SINUS-TRANSFER.

An den Versuchsschulen, die sich zunächst für den Arbeitsschwerpunkt "Öffnen von Aufgaben" entschieden haben, wurde sehr bald erkannt, dass die Schülerinnen und Schüler beim Bearbeiten offenerer Aufgabenstellungen stecken bleiben, wenn ihnen Grundkenntnisse fehlen. Dies führte dazu, dass parallel zu einer Anreicherung des Unterrichts durch offenere Aufgaben und einer damit verbundene Veränderung der Unterrichtskultur Maßnahmen zur gezielten Wiederholung und Festigung von grundlegenden fachlichen Kenntnissen initiiert wurden.

Andererseits wurde an Schulen, die den Arbeitsschwerpunkt "Sichern von Grundwissen" gewählt haben, sehr bald die Einsicht gewonnen, dass das "gesicherte" Grundwissen auch vernünftig angewendet werden sollte. Die "Anregungsmaterialien" in diesem Heft gaben Anreiz und Anstoß, neben den Maßnahmen zum Grundwissensichern auch gelegentlich "andersartige" Aufgaben zu erproben.

Die beiden in Rheinland-Pfalz gewählten Arbeitsschwerpunkte stehen also nicht isoliert. Sie bedingen und ergänzen sich gegenseitig. Die vorliegenden Überlegungen sollen eine Brücke bieten zwischen den beiden Arbeitsschwerpunkten, ausgehend vom "Sichern von Grundwissen". Indem dies auf verschiedenen Niveaustufen umgesetzt wird, kann einerseits die Selbstständigkeit der Schülerinnen und Schüler gefördert werden, andererseits kann das Training des Grundwissens die Schülerinnen und Schüler auch zu mehr Kreativität und flexiblem Denken herausfordern.

Gleichgültig, welchen der beiden Wege die Lehrerinnen und Lehrer in ihren Klassen wählen, wir hoffen, dass viele unserer Schülerinnen und Schüler so freudig oben ankommen, wie es das SINUS-Logo verspricht.



Die Literaturhinweise beziehen sich auf die Broschüre: Sinus-Transfer – Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts, Mainz 2004

Literatur

[1] Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus (Hrsg.): Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts; Erfahrungsbericht zum BLK-Programm SINUS in Bayern. – München 2002

[2] Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung (BLK): Gutachten zur Vorbereitung des Programms "Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts". Heft 60 der BLK-Reihe "Materialien zur Bildungsplanung und zur Forschungsförderung" – Bonn 1997

[3] IPN Kiel: BLK-Modellversuchsprogramm "Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts"
- 1. Sachbericht – Kiel 1999
- 2. Sachbericht – Kiel 2000
- 3. Sachbericht – Kiel 2001
- 4. Sachbericht – Kiel 2002
- Abschlussbericht – Kiel 2003

[4] Ministerium für Bildung, Frauen und Jugend (Hrsg.): Weiterentwicklung der Aufgabenkultur im Mathematikunterricht – angeregt durch TIMSS und PISA. – Mainz 2002

[5] Pädagogisches Zentrum Rheinland-Pfalz: Mathematikaufgaben für Mitdenker. PZ-Information 14/2002 – Bad Kreuznach 2002

[6] Röhrig C., Röhrig P.: Der Mathe-Führerschein. – In: mathematik lehren 101 (2000), S. 48

[7] Sächsisches Staatsinstitut für Bildung und Schulentwicklung (Hrsg.): Möglichkeiten zur Effizienzsteigerung für den Mathematikunterricht an allgemein bildenden Gymnasien, Abendgymnasien und Kollegs im Freistaat Sachsen. – Dresden 2002

[8] Schupp, H.: Thema mit Variationen. Aufgabenvariation im Mathematikunterricht. – Hildesheim 2002

[9] Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München (Hrsg.): "Wiederholen als bewusstes Unterrichtselement". – München 2000

[10] Studienkreis GfM: Mathe-Helfer. – Bochum

[11] Ulm, V.: Mathematikunterricht für individuelle Lernwege öffnen. – Seelze-Velber 2004

[12] Weber, F. (Hrsg.): Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts. Die Umsetzung des BLK-Programms in Rheinland-Pfalz – Bildungsministerium Rheinland-Pfalz, Mainz 1999.

Die Literaturhinweise beziehen sich auf die Broschüre: Sinus-Transfer – Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts, Mainz 2004