Methodische Hinweise und Anregungen zur Ergänzung bzw. Erweiterung der Power-Point-Präsentation

Aktivationen, die während der Präsentation angeboten werden

An den nachfolgend beschriebenen Stellen wird der automatische Ablauf nach einer Aufgabenstellung angehalten und erst auf Mausklick wieder gestartet. Die Schülerinnen und Schüler erhalten so die Möglichkeit, die Aufgabe allein oder in Gruppen zu lösen. Die Lehrkraft entscheidet, ob und in welchem Umfang sie Zeit zum Lösen einräumt. Wenn gewünscht, kann man auch nach der Aufgabenstellung sofort mit der Lösung fortfahren (Mausklick).

(1) Fünfeck zeichnen (Folien 12 - 15)

Folie 12: Aufgabe: Wie zeichnet man ein Pentagramm?
Hier hält der automatische Ablauf der Präsentation an, damit sich die Schülerinnen und Schüler Gedanken machen können, wie man ein Pentagramm zeichnet.
Mit einem Mausklick kommt man zu einer Anleitung auf der nächsten Folie.

Folie 13: Auf dieser Folie erhalten die Schülerinnen und Schüler die Anleitung: Man zeichnet zunächst ein regelmäßiges Fünfeck.
Nach der Anleitung wird der automatische Ablauf erneut unterbrochen, damit die Schülerinnen und Schüler diese leichtere Aufgabe selbstständig angehen können. Mit einem Mausklick kommt man zur Lösung.

Folien 14 und 15: Die Lösung wird vorgeführt, das Pentagramm eingezeichnet. Der automatische Ablauf wird fortgesetzt.

(2) Ein gemeinsames Maß für vorgegebene Längen bestimmen (Folien 25 - 30)

Folie 25: Aufgabe: Wie groß ist jeweils das gemeinsame Maß?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
a (cm)	8	7,5	0,51	$\frac{7}{5}$	$\frac{1}{2}$
b (cm)	14	3,5	0,59	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{3}$
gem. Maß					

Hier hält der automatische Ablauf der Präsentation an, damit die Schülerinnen und Schüler die Aufgabe selbstständig lösen können.
Mit einem Mausklick kommt man zur Lösung. Der automatische Ablauf wird fortgesetzt.

Zusätzlich mögliche Aktivationen und Aufgaben während bzw. nach der Präsentation

(1) Wechselwegnahme bei zwei Strecken

Wenn die Schülerinnen und Schüler die Methode der Wechselwegnahme selbst entdecken sollen, kann man die Präsentation nach Folie 30 anhalten und folgende Aufgabe zwischenschalten.

Arbeitsauftrag: Die Schülerinnen und Schüler erhalten zwei verschieden lange Papierstreifen. Sie sollen ohne zu messen ein gemeinsames Maß der Streifen ermitteln.

Man kann den Arbeitsauftrag in folgende Geschichte kleiden:

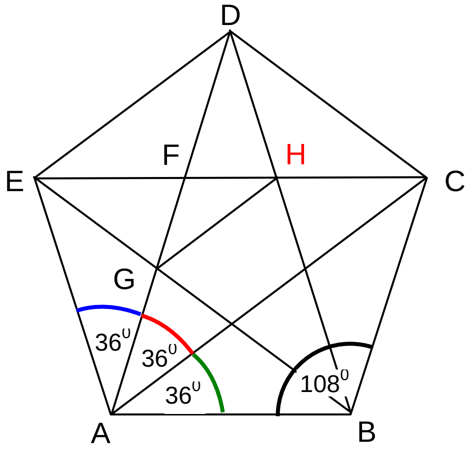
In einem Zeltlager benötigen die Jungen und Mädchen für ein Geländespiel eine Reihe gleich langer Stäbe. Wie lang die Stäbe sind, ist gleichgültig. Sie müssen nur alle die gleiche Länge haben. Es stehen zwei dünne Stöcke verschiedener Länge zur Verfügung. Leider können die Jungen und Mädchen die Länge der Stöcke nicht ermitteln, da ihnen ein Zollstock fehlt und auch keiner in absehbarer Zeit besorgt werden kann. Wie können sie das Problem dennoch lösen?

(2) Wechselwegnahme am Fünfeck durch Falten

Wenn die Schülerinnen und Schüler bei den Achsenspiegelungen auf Folie 46 und Folie 51 nicht nachvollziehen können, dass |AB| = |AF| ist (Folie 46) bzw. die Strecke AG zur Diagonalen des kleinen Fünfecks wird (Folie 51), kann man die Präsentation an den genannten Stellen anhalten. Die Schülerinnen und Schüler können dann die notwendigen Einsichten durch Falten eines Fünfecks gewinnen. Eine entsprechende Vorlage zum Kopieren befindet sich hier.

(3) Wechselwegnahme am Fünfeck – Beweise[1]

Man kann leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler auch anhalten, die Behauptungen auf Folie 46 (|AB| = |AF|), Folie 48 (|DF| = |AG|) und Folie 52 (|AG| = |GH|) exakt zu beweisen.



1. Vorüberlegungen zu den Winkeln im Fünfeck

Die folgende Aussage wird in allen nachfolgenden Beweisen benötigt.

An allen Eckpunkten des Fünfecks ist jeder der drei Teilwinkel 36^0.

Beweis:
Aus Symmetriegründen beschränken wir uns auf den Eckpunkt A.

(1) Die Summe der Innenwinkel im Fünfeck ist 540^0. Also beträgt die Größe des Winkels zwischen EA und AB: 108^0, ebenso der Winkel zwischen AB und BC und der Winkel zwischen DE und EA.

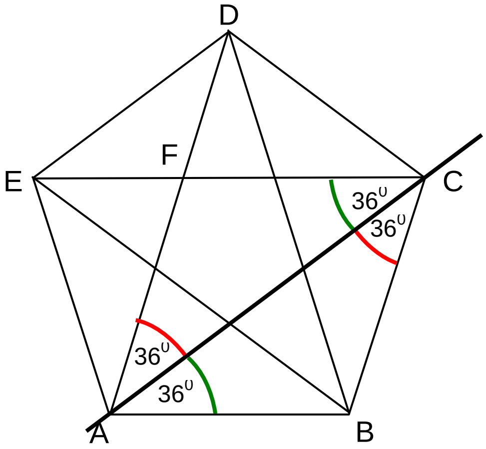
(2) Das Dreieck ABC ist gleichschenklig. Also ist **w(CAB) = 36^0**.

(3) Das Dreieck ADE ist gleichschenklig. Also ist auch **w(EAD) = 36^0**.

(4) Mit (1) folgt: **w(DAC) = 36^0**.

[1] Zur Bezeichnung von Strecken und Streckenlängen, siehe "Fachliche Anmerkungen".

2. |AB| = |AF| (Folie 46)



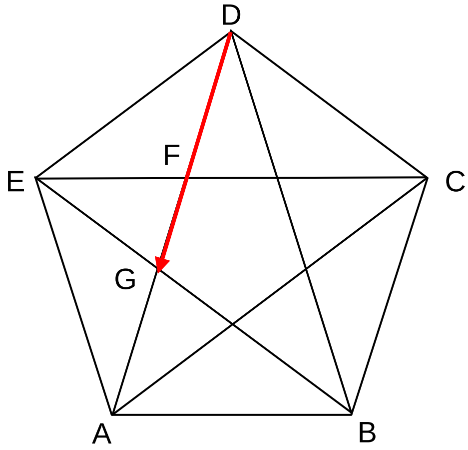
Beweis:
Es werden Eigenschaften der Achsenspiegelung benutzt, weil auch in der Präsentation gespiegelt wurde.

(1) Bei Spiegelung an der Achse AC geht die Gerade durch B und C in die Gerade durch C und E über und die Gerade durch A und B in die Gerade durch A und D.

(2) Der Schnittpunkt B der Urbildgeraden wird gespiegelt auf den Schnittpunkt F der Bildgeraden.

(3) Also ist AF das Bild von AB.

3. |DF| = |AG| (Folie 48)



Beweis:
Es werden Eigenschaften der Parallelverschiebung benutzt, weil auch in der Präsentation die Strecke DF verschoben wurde.

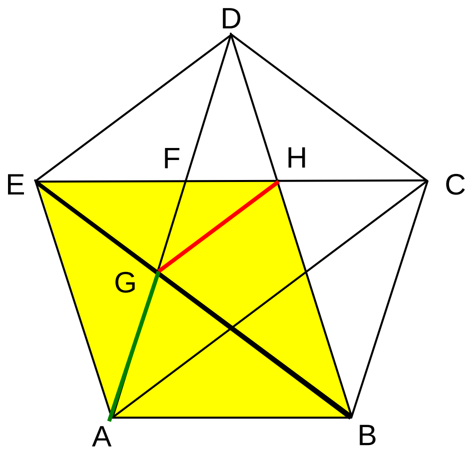
(1) Die Strecke DF wird mit dem Vektor $\overrightarrow{DG}$ verschoben.

(2) Bestimmt man die Winkel im Dreieck DEG, so ergibt sich, dass das Dreieck DEG gleichschenklig ist. DG ist also so lang wie eine Fünfeckseite.

(3) Entsprechend zeigt man, dass FA so lang ist wie eine Fünfeckseite.

(4) Bei der o.g. Verschiebung wird der Punkt D auf den Punkt G abgebildet und der Punkt F auf den Punkt A. Also wird DF auf GA abgebildet.

4. |AG| = |GH| (Folie 52)



Beweis:
Es werden Eigenschaften der Achsenspiegelung benutzt, weil auch in der Präsentation gespiegelt wurde.

(1) Winkelberechnungen in den Dreiecken BCH und EHD ergeben, dass die Dreiecke gleichschenklig sind und mithin BH und HE so lang sind wie eine Fünfeckseite.

(2) Das Viereck ABHE ist also eine Raute.

(3) Da die Diagonalen in einer Raute Symmetrieachsen sind, ist H der Spiegelpunkt von A, wenn man an BE spiegelt.

(4) Also ist GH das Bild von AG.

Unterricht im unmittelbaren Anschluss an die Präsentation

Auf der letzten Folie der Präsentation wird zusammenfassend herausgestellt,
– dass sich die Diagonale d im Einheitsquadrat nicht als Bruch darstellen lässt.
– dass $d^2 = 2$ ist.

Für die unterrichtliche Weiterarbeit im unmittelbaren Anschluss an die letzte Folie bieten sich unter Anderem folgende Möglichkeiten an.

Wurzelzeichen - Begriffe irrationale Zahl, reelle Zahl	**Dezimaldarstellung und Näherungen für die Zahl, die quadriert 2 ergibt**
Für die Zahl, deren Quadrat 2 ergibt, wird das Wurzelzeichen eingeführt: $\sqrt{2}$. *(Zur Bedeutung des Wurzelzeichens in der Mathematik: siehe "Fachliche Anmerkungen".)* Es schließen sich Übungen zur Festigung des Umgangs mit Quadratwurzeln an. Schließlich wird der Begriff "irrationale Zahl" eingeführt und die Menge der rationalen Zahlen zur Menge der reellen Zahlen erweitert. Die Frage nach einer Dezimalzahldarstellung und Näherungen für $\sqrt{2}$ schließt sich an (siehe rechte Spalte).	Für das Lösen von Anwendungsaufgaben wird nach einer möglichen Dezimaldarstellung der Zahl gefragt, deren Quadrat 2 ergibt. Da sich diese Zahl nicht als Bruch darstellen lässt (siehe letzte Folie der Präsentation), kann sie auch nicht mit Hilfe eines endlichen oder eines periodischen Dezimalbruchs angegeben werden. In Dezimaldarstellung kann man von dieser Zahl nur einen Näherungswert bestimmen. Die Einführung des Wurzelzeichens und die Begriffe "irrationale Zahl" und "reelle Zahl" schließen sich an (siehe linke Spalte).

Unterricht zur Vertiefung in Anknüpfung an die Präsentation

Beweis der Irrationalität von $\sqrt{2}$

Die Präsentation führt zu dem Ergebnis, dass sich die Diagonale im Einheitsquadrat nicht als Bruch darstellen lässt. Diese Aussage wird in der Präsentation nicht bewiesen. Sie wird aus der Behauptung gefolgert, dass Diagonale und Seite kein gemeinsames Maß haben.
Im Unterricht könnte sich deshalb ein Beweis der Irrationalität von $\sqrt{2}$ anschließen. Es bieten sich die indirekten Beweise in den Lehrbüchern an oder Beweispuzzle 1 bzw. Beweispuzzle 2.

Behandlung der Kontraposition

Nach der Präsentation kann man den Umkehrschluss auf Folie 72 aufgreifen und hinterfragen. Wie wird hier argumentiert?

Wenn A und B Aussagen sind, dann gilt folgende Regel der Logik:
Die Folgerungen "Aus A folgt B" und "Aus *nicht B* folgt *nicht A*" sind gleichwertig (äquivalent), besagen also dasselbe.
Diese Regel nennt man "Kontraposition". Der Begriff "Kontraposition" muss nicht eingeführt werden.

Um den Schülerinnen und Schülern diese logische Regel bewusst zu machen, sind vor allem Beispiele aus Bereichen sinnvoll, die den Schülerinnen und Schülern geläufig sind.

- A: "Eine Zahl ist durch 4 teilbar." ⇨ B: "Die Zahl ist auch durch 2 teilbar."
  ¬ B[1]: "Eine Zahl ist nicht durch 2 teilbar." ⇨ ¬ A: "Die Zahl ist auch nicht durch 4 teilbar."
- A: "Ein Dreieck ist gleichseitig." ⇨ B: "Alle Winkel betragen 60^0."
  ¬ B: "Nicht alle Winkel betragen 60^0." ⇨ ¬ A: "Das Dreieck ist nicht gleichseitig."
- A: "Die Sonne scheint." ⇨ B: "Ein freistehender Baum wirft einen Schatten."
  ¬ B: "Ein freistehender Baum wirft keinen Schatten." ⇨ ¬ A: "Die Sonne scheint nicht."

[1] gelesen: nicht B