Eine alternative Einsatzmöglichkeit der Präsentation

Es kann für Schülerinnen und Schüler interessant und kurzweilig sein, wenn sie die Möglichkeit haben, den Ablauf der Power-Point-Präsentation zu steuern und dabei den zugehörigen Kommentar selbst zu sprechen. Deshalb wird unter "Pythagoreer (manuell)" eine Version der Power-Point-Präsentation **ohne Kommentar** und **ohne automatischen Ablauf** angeboten. Beim Öffnen der Datei erscheint möglicherweise das Dialogfenster "Kennwort"; dann auf Schreibgeschützt klicken.

Im Folgenden sind die Texte zu den einzelnen Folien der Präsentation abgedruckt. Einige Schülerinnen bzw. Schüler können den Text unter sich aufteilen und diesen zu einer manuell vorgeführten Präsentation sprechen. Das Weiterschalten von Folie zu Folie erfolgt dann, wie üblich, durch Mausklick.

Will man das Ganze zu einem projektartigen Unterricht ausbauen, so können die Schülerinnen und Schüler nach eventueller Recherche (Internet, Bibliothek) selbst den Text verändern oder erweitern.

Text zur Power-Point-Präsentation

Hinweis: Das Maussymbol in der 2. Spalte zeigt an, wann eine Folie oder eine Animation weitergeschaltet werden sollte.

Folie		Text
1		
2	🖱	Eine unglaubliche Entdeckung der Griechen
3	🖱	Jamblichus, ein Philosoph und Geschichtsschreiber, berichtet folgende Geschichte, die sich etwa fünfhundert Jahre vor Christi Geburt in Griechenland ereignete.
4	🖱	Eines Abends kam ein Reisender in eine Herberge, um dort zu übernachten.
5	🖱	In der Nacht befiel ihn eine schwere Krankheit. Der Reisende war arm und elend.
6	🖱	Dennoch kümmerte sich sein Wirt aufopfernd um ihn. Umsonst: der Zustand des Kranken verschlimmerte sich immer mehr. Als dieser spürte, dass er sterben müsse, ohne den Wirt für seine Mühen entlohnen zu können, bat er um eine Schreibtafel.
7	🖱	Mit letzter Kraft zeichnete er zittrig eine geometrische Figur. Er bat den Wirt, die Tafel an der Tür seiner Herberge anzubringen**.** Früher oder später werde dieser dann für seine Mühen und die Pflege entschädigt. Dann starb er.
8	🖱	Eine lange Zeit verstrich. Da entdeckte ein Vorbeireisender eines Tages das Zeichen am Eingang der Herberge. Er betrat das Haus und fragte den Wirt nach dem Ursprung der Tafel. Als er erfuhr, was vorgefallen war, belohnte er ihn großzügig für seine Mildtätigkeit. Der diese Geschichte überliefert hat, fügt hinzu, der Reisende sowie sein späterer Nachfolger hätten …
9	🖱 🖱 🖱 🖱 🖱	… der Schule des großen Weisen Pythagoras angehört, … … den Pythagoreern. Diese waren eine Gemeinschaft griechischer Wissenschaftler (Philosophen), … …die von Pythagoras etwa 500 v. Chr. gegründet wurde. Es waren meist Adlige mit großem politischen Einfluss und verstanden sich als "verschworene Gemeinschaft", als "Geheimbund".
10	🖱 🖱 🖱	Sie waren zu strengem Gehorsam verpflichtet, … … strebten nur nach Erkenntnis, nicht nach irdischen Gütern, … … und leisteten einen heiligen Eid der Geheimhaltung ihres Wissens.
11	🖱 🖱	Das Erkennungszeichen der Pythagoreer war der Fünfstern - das Pentagramm. Und so erklärt sich die Geschichte, die Jamblichus berichtet.
12	🖱	Wie zeichnet man ein Pentagramm?
13	🖱	Um ein Pentagramm zu zeichnen, geht man von einem regelmäßigen Fünfeck aus.
14	🖱 🖱 🖱 🖱	– D ist der 1. Eckpunkt des Fünfecks. – Der Vollwinkel ist 360^0. – Er wird in 5 Teile geteilt. – Jeder Teilwinkel ist somit 72^0 groß.
15	🖱	Jetzt kann man das Pentagramm zeichnen - ohne abzusetzen.
16	🖱 🖱	Das Pentagramm hat für die Griechen eine geheimnisvolle Bedeutung. Beim Zeichnen eines Pentagramms entsteht automatisch wieder ein Fünfeck ….
17	🖱	… und somit wieder ein Pentagramm.
18	🖱 🖱	Und diesen Vorgang kann man sich unendlich oft fortgesetzt denken.

19		Für die Pythagoreer war die Welt geordnet durch das Zusammenspiel natürlicher Zahlen: 1, 2, 3, und so weiter Dieses Zusammenspiel erzeugte eine Ordnung, eine Harmonie im Kosmos. Wie ist das zu verstehen?
20		Dieses einfache Musikinstrument heißt Monochord. Auf einem Resonanzkasten sind Saiten gespannt. Das Monochord wurde schon in der Antike benutzt, um den Zusammenhang zwischen Saitenlänge und Tonhöhe zu studieren. Wenn man eine dieser Saiten anzupft, ertönt der Grundton der Saite. Wenn eine Saite des Monochords im Verhältnis einfacher natürlicher Zahlen geteilt wird, entstehen harmonische Töne.
21		Zum Beispiel: Wenn man eine Saite im Verhältnis 1 … … zu 2 teilt, … …erklingt eine Oktave.
22		Teilt man die Saite im Verhältnis 2:3, so ertönt eine Quinte. Die grüne Strecke ist 2-mal in der kleineren Strecke enthalten und 3-mal in der größeren. Man sagt: Die Länge der grünen Strecke ist ein gemeinsames Maß.
23		Teilt man die Saite im Verhältnis 3:4, so ertönt eine Quarte. Die grüne Strecke ist 3-mal in der kleineren Strecke enthalten und 4-mal in der größeren. Die Länge der grünen Strecke ist auch hier ein gemeinsames Maß.
24		Die Pythagoreer waren davon überzeugt, dass es zu irgend zwei Strecken, wo immer sie auftreten, stets eine Strecke gibt, die ganzzahlig in beide "passt" - ein so genanntes gemeinsames Maß. Zum Beispiel haben die rote und die grüne Strecke ein gemeinsames Maß, … … nämlich diese blaue Strecke. Sie passt 5-mal in die rote Strecke … … und 3-mal in die grüne. Gibt es wirklich zu zwei Strecken immer ein gemeinsames Maß? - Was meint ihr?
25		In diesen fünf Aufgaben ist jeweils ein gemeinsames Maß der Strecken a und b gesucht.
26		Und hier die Lösungen: Ein gemeinsames Maß von 8 und 14 ist 2, … … denn $4 \cdot 2 = 8$ und $7 \cdot 2 = 14$.
27		Ein gemeinsames Maß von 7,5 und 3,5 ist 0,5, … … denn $15 \cdot 0{,}5 = 7{,}5$ und $7 \cdot 0{,}5 = 3{,}5$.
28		Ein gemeinsames Maß von 0,51 und 0,59 ist 0,01, … … denn $51 \cdot 0{,}01 = 0{,}51$ und $59 \cdot 0{,}01 = 0{,}59$.
29		Ein gemeinsames Maß von $\frac{7}{5}$ und $\frac{3}{5}$ ist $\frac{1}{5}$ … … denn $7 \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{5}$ und $3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$.
30		Ein gemeinsames Maß von $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ ist $\frac{1}{6}$ … denn $3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ und $2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$. Für uns mit unserem Dezimalsystem und unserer Bruchschreibweise ist es leicht, rechnerisch ein gemeinsames Maß zweier Strecken zu finden. Die Pythagoreer haben sich ein geometrisches Verfahren ausgedacht, wie man ein gemeinsames Maß ermitteln kann.
31		Das Verfahren ist die so genannte Wechselwegnahme, griechisch: anthyphairesis Wie findet man zu diesen beiden Strecken ein gemeinsames Maß? Gesucht ist also eine Strecke, die in der roten und in der grünen Strecke ganzzahlig enthalten ist. *(kein Text)*

32		Man schneidet die kürzere von der längeren Strecke ab … … und nimmt den abgeschnittenen Teil weg.
33		*(kein Text)*
34		Jetzt wiederholt sich das Ganze: Man schneidet die kürzere von der längeren Strecke ab … … und nimmt den abgeschnittenen Teil weg.
35		*(kein Text)*
36		Und noch einmal: Von der längeren Strecke die kürzere abschneiden, … … und den abgeschnittenen Teil wegnehmen.
37		*(kein Text)* Jetzt sind beide Strecken gleich lang.
38		Und dies ist ein gemeinsames Maß für die ursprünglichen Strecken. *(kein Text)*
39		Das gemeinsame Maß …
40		… passt 3-mal in die rote Strecke ,,, … und 5-mal in die grüne.
41		Die Griechen waren zutiefst davon überzeugt, dass überall in der Welt in zwei Strecken, wo immer sie auftreten, ein gemeinsames Maß steckt, das heißt eine Strecke, die in den beiden anderen ganzzahlig enthalten ist.
42		Die Pythagoreer waren sich sicher, dass auch die Abstände und Geschwindigkeiten der Planeten im Verhältnis natürlicher Zahlen stehen und dass deshalb durch ihre Bewegung im Kosmos wunderbare Klänge, die sog. Sphärenmusik, entsteht, die jedoch für Menschen nicht hörbar ist.
43		Das Pentagramm, das die Pythagoreer zu ihrem Wahrzeichen gewählt hatten, sollte sie bei ihrem Streben nach immer tieferer Erkenntnis ein Stück weiter in das Geheimnis der Welt führen.
44		Und so suchten sie in dem das Pentagramm umgebenden Fünfeck… … nach einem gemeinsamen Maß für Seite … … und Diagonale. *(kein Text)* Dies erfolgt auch hier über die Wechselwegnahme: Die kürzere Strecke AB wird von der längeren AD weggenommen.
45		Um dies zu erreichen, spiegeln wir die grüne Strecke an *dieser* Spiegelachse.
46		*(kein Text)* Es entsteht der Punkt F.
47		Es bleiben die Strecken AF und FD. Jetzt wird FD von AF weggenommen. *(kein Text)*
48		Es entsteht der Punkt G. Achtung! Jetzt sollte man nicht mit der Wechselwegnahme fortfahren, sondern nochmals die *gesamte* Figur in den Blick nehmen.
49		*(kein Text)* Die grüne Strecke FG ist doch die Seite eines Fünfecks, … … nämlich *dieses* Fünfecks. Aber was hat AG mit dem Fünfeck zu tun? – Was meint ihr?
50		Man erkennt es, wenn man die rote Strecke AG an *dieser* Achse spiegelt.
51		*kein Text*
52		AG ist so lang, wie eine Diagonale in *diesem* kleinen Fünfeck
53		*kein Text*
54		Das gesuchte gemeinsame Maß von Diagonale und Seite *dieses* großen Fünfecks … … ist auch das gemeinsame Maß von Diagonale und Seite *dieses* kleinen Fünfecks.

55	Wir können uns also jetzt ganz auf das kleinere Fünfeck konzentrieren. Der Prozess der Wechselwegnahme am kleinen Fünfeck bringt aber nichts Neues.
56	Er führt nach mehreren Schritten auf Seite und Diagonale eines wiederum kleineren Fünfecks. *(kein Text)*
57	Wir suchen jetzt das gemeinsame Maß von Seite und Diagonale *dieses* kleinen Fünfecks.
58	Und dies führt auf ein noch kleineres Fünfeck.
59	Jetzt suchen wir das gemeinsame Maß von Seite und Diagonale in *diesem* schon winzig kleinen Fünfeck.
60	Und so geht das immer weiter. Der Prozess kommt nie zu einem Ende.
61	Wir kommen **nie** zu einem gemeinsamen Maß von Seite und Diagonale eines Fünfecks. *(kein Text)*
62	Seite und Diagonale im Fünfeck haben kein gemeinsames Maß.
63	Was bedeutete das für die Griechen? Für die Pythagoreer führte diese Erkenntnis zu einer tiefen Grundlagenkrise. Wir erinnern uns: Die Pythagoreer waren fest davon überzeugt, dass die gesamte Welt von den natürlichen Zahlen, also 1, 2, 3, … und entsprechenden Zahlenverhältnissen durchdrungen und beherrscht ist. Dies gab der Welt eine Ordnung, eine Harmonie.
64	Die Harmonie drückt sich auch in der Symmetrie dieser Blüte aus. Eine ideale Bachblüte hat die Gestalt eines Pentagramms. Und so steckt in ihr das Unfassbare: Es gibt in der Natur Strecken,… … die kein gemeinsames Maß haben.
65	Es soll Hippasos von Metapont, ein Mathematiker, Musiktheoretiker und Philosoph, gewesen sein, der dies als Erster entdeckte. Und weil er diese Ungeheuerlichkeit nicht geheim hielt, wurde er aus dem Geheimbund der Pythagoreer ausgestoßen.
66	Die Legende berichtet, Hippasos sei im Meer ertrunken, angeblich als Strafe der Götter für den frevelhaften Mysterienverrat.
67	Die Entdeckung des Hippasos soll der wesentliche Anlass zu einer Spaltung der Pythagoreer gewesen sein. Die **Akusmatiker** … … verstehen sich als "Hörer" der reinen Lehre. Sie wollen das Wissen ihres Meisters nur bewahren und tradieren. Die **Mathematiker** … … waren offen für die neuen Erkenntnisse und setzen sich mit ihnen auseinander. Sie wollen die Lehre ihres Meisters weiterentwickeln.
68	Was bedeutet die Erkenntnis der Griechen für uns? Wir betrachten ein Fünfeck … … mit der Seitenlänge 1 Meter.
69	Angenommen, die Länge der Diagonalen ließe sich durch einen Bruch angeben, z.B. $\frac{8}{5}$ Meter. Dann haben AB und AD das gemeinsame Maß: $\frac{1}{5}$ Meter. Das gemeinsame Maß passt dann 8-mal in die Diagonale AD, denn $8 \cdot \frac{1}{5} = \frac{8}{5}$ *(kein Text)* Und es passt 5-mal in die Seite AB, denn $5 \cdot \frac{1}{5} = 1$. *(kein Text)*

70	Angenommen, die Länge der Diagonalen ließe sich durch irgendeinen Bruch angeben, z.B. p/q Meter. p/q steht stellvertretend für irgendeinen Bruch. Dann haben AB und AD das gemeinsame Maß $\frac{1}{q}$ Meter. Das gemeinsame Maß passt dann p-mal in die Diagonale AD, denn $p \cdot \frac{1}{q} = \frac{p}{q}$. *(kein Text)* Und es passt q-mal in die Seite AB, denn $q \cdot \frac{1}{q} = 1$. *(kein Text)* p und q sind dabei natürliche Zahlen.
71	Das bedeutet: Wenn sich die Länge von AD sich als Bruch angeben ließe, … … dann würde daraus folgen: AD und AB haben ein gemeinsames Maß.
72	Wir wissen aber: AD und AB haben nun aber **kein** gemeinsames Maß. Daraus folgt umgekehrt: Die Länge von AD lässt sich **NICHT** als Bruch angeben.
73	Die Griechen haben schon bald entdeckt, dass es auch in anderen Figuren Strecken ohne gemeinsames Maß gibt, zum Beispiel: die Diagonale und die Seite eines Quadrats. Nehmen wir an, das Quadrat hat die Seitenlänge 1 m. Dann lässt sich die Länge von AD nicht als Bruch darstellen.
74	Bezeichnen wir die Diagonale mit d.
75	d lässt sich in diesem Quadrat also nicht als Bruch angeben. d hat aber dennoch eine überraschende Eigenschaft.
76	Diese erkennt man, wenn um das gegebene Quadrat ein weiteres Quadrat zeichnet.
77	Dieses Quadrat hat die Seitenlänge d.
78	Sein Flächeninhalt ist also … …d^2.
79	Und dieser ist doppelt so groß wie der des schwarzen Quadrats.
80	Also: d^2 = 2 mal Inhalt des schwarzen Quadrats. Das sieht man, wenn man im schwarzen Quadrat die Diagonalen einzeichnet.
81	Das schwarze Quadrat enthält vier dieser Dreiecke.
82	Im grünen kommen noch 4 dazu. Das grüne Quadrat ist also doppelt so groß wie das schwarze.
83	Das schwarze hat den Inhalt $1m^2$. d^2 ist also gleich 2 mal 1 m^2 .
84	Also $2\ m^2$.
85	Fassen wir zusammen: Die Länge der Diagonalen in einem Quadrat mit der Seitenlänge 1 … … lässt sich NICHT als Bruch angeben. … ist die Zahl, deren Quadrat 2 ergibt.