Aufgabeneinheit 2: Termen auf der Spur

Armin Baeger / Sandra Gerhard / Hellen Ossmann

Methodische Vorbemerkungen

Das Spiel „Termen auf der Spur“ ist ein Strategiespiel für zwei Personen, bei dem jeder Spieler versuchen muss, einen ihm unbekannten Term ausgehend von einer geschickt erfragten Wertetabelle zu ermitteln. Der Lösungsweg ist dabei völlig offen. Darüber hinaus wird das Aufstellen von Termen, das Einsetzen von Zahlen in Terme und - je nach gewähltem Schwierigkeitsgrad – auch das Vereinfachen von Termen während des Spielens geübt und damit vertieft.

Das Spiel

Spielformular:

Name:

Startwerte: x = _____ y = _____

Runde	x	Eigener y-Wert	y-Wert des Mitspielers	Punkte
1				
2				
3				
4				
5				
			Term	
			Summe	

Notiere hier deinen Term:

Notiere nach dem Spiel hier den vermuteten Term deines Mitspielers:

Spielanleitung:

Vorbereitung:

- Zu Beginn des Spiels erhält jeder der beiden Spieler ein Spielformular (siehe oben).
- Einer der beiden Spieler (Losentscheid!) gibt einen x-Startwert und einen y-Startwert vor. Beide Spieler notieren die Startwerte in ihren Formularen.
- Jeder Spieler denkt sich einen Term der Form „$\square \cdot x + \lozenge$“ aus, der bei Einsetzen des x-Startwerts den vorgegebenen y-Startwert ergibt. Jeder schreibt seinen Term verdeckt in das dafür vorgesehene Feld auf dem Spielformular.

Start / 1. Runde:

- Zum Starten des Spiels nennt jeder der beiden Spieler eine Zahl zwischen 0 und 5. Die beiden Zahlen werden addiert. Diese Summe ist der x-Wert der 1. Runde. Er wird in der x-Spalte eingetragen.
- Jeder Spieler setzt diesen x-Wert in seinen Term ein, berechnet den zugehörigen y-Wert im Kopf und trägt den y-Wert in die Spalte "Eigener y-Wert" ein.
- Nun teilt jeder Spieler dem Mitspieler seinen y-Wert mit. Beide Spieler tragen den y-Wert des Mitspielers in die Spalte „y-Wert des Mitspielers" ein.
- Der Spieler mit dem größeren y-Wert erhält einen Punkt und notiert diesen in der dafür vorgesehenen Spalte der 1. Runde auf dem Spielformular.

2. Runde und die Folgenden:

- Zu Beginn der nächsten Runde gibt der Spieler, der keinen Punkt erhalten hat, den einzusetzenden x-Wert (zwischen 0 und 10) für die nächste Spielrunde an. Dieser wird wieder von den Beiden in der x-Spalte (entsprechende Zeile) eingetragen. Von da ab verläuft das Spiel wie in der 1. Runde.
- Es werden insgesamt 5 Runden gespielt.

Auswerten der Spieltabelle: Aufstellen des „gegnerischen“ Terms

- Nachdem 5 Runden gespielt sind, versucht jeder Spieler mit Hilfe der tabellierten Wertepaare den Term des Mitspielers zu ermitteln und schreibt den vermuteten Term in das dafür vorgesehene Feld. Wer den Term seines Mitspielers „errät“, erhält drei Punkte.

Wer hat gewonnen?

- Jeder Spieler addiert seine Punkte. Sieger ist der Spieler mit der höchsten Gesamtpunktzahl.
- Jetzt werden die beiden ausgefüllten Formulare aufgedeckt. Gelingt es dem Verlierer des Spiels seinem Mitspieler einen Fehler bei der Berechnung eines der fünf y-Werte nachzuweisen, hat er das Spiel gewonnen, obwohl er die kleinere Gesamtpunktzahl hat.

Beispiel 1:
Im folgenden Beispiel wird ein möglicher Spielverlauf für eine Spielerin gezeigt:

Name: Marion

Startwerte: x = 4 y = 14

Runde	x	Eigener y-Wert	y-Wert des Mitspielers	Punkte
1	2	8	0	1
2	9	29	49	0
3	0	2	-14	1
4	1	5	-7	1
5	7	23	35	0
			Term	3
			Summe	6

Notiere hier deinen Term:

$3 \cdot x + 2$

Notiere nach dem Spiel hier den vermuteten Term deines Mitspielers:

$7 \cdot x - 14$

Die Startwerte x = 4 und y = 14 wurden vorgegeben. Dazu hat Marion den Term 3·x + 2 aufgestellt.

Dann haben beide Spieler je eine Zahl genannt, (z.B. Marion: "0" und Peter: "2"). Die Summe 2 ist somit der erste x-Wert. Marion erfährt, dass der Term von Peter den y-Wert 0 ergibt.

Weil Marion den Punkt erhält, darf Peter den nächsten x-Wert vorgeben. Er wählt x = 9.

Am Spielverlauf des Beispiels wird die Strategie von Marion deutlich:
Aus den y–Werten für x = 0 und x = 2 kann sie auf Peters Term schließen: Aus dem Wertepaar (0; -14) folgert sie, dass Peters Term die Form □ · x – 14 haben muss. Aus dem Wertepaar (2; 0) erkennt sie, dass der Wert für den Platzhalter 7 beträgt. Damit ist Marion dem Term ihres Mitspielers auf die Spur gekommen: Er lautet 7·x –14. Das Einsetzen kleiner Werte für x hilft also, den gesuchten Term zu finden.

Für Marion ist es günstiger kleine x-Werte vorzugeben, Peter hingegen sammelt Punkte bei größeren x-Werten (vgl. 2. und 5. Spielrunde).

Strategien des Spiels:
Eine Strategie des Spiels ist es, einen Term aufzustellen, der beim Einsetzen von x-Werten (zwischen 0 und 10) möglichst große y-Werte liefert. Zudem sollte der Term so gewählt werden, dass er vom Mitspieler nicht sofort angegeben werden kann.

Eine weitere Strategie besteht in der geschickten Wahl der x-Werte. Sie liefern Hinweise bezüglich des Terms des Mitspielers.

Schließlich kann man durch die Wahl der x-Werte den Punktestand beeinflussen: Ist der Wert des Terms von Spieler 1 für kleine x-Werte höher als der Wert des Terms von Spieler 2, entscheidet sich Spieler 1 - wenn er auswählen darf - besser für kleine x-Werte, und umgekehrt (vgl. Beispiel 1).

Anmerkungen
In der beschriebenen Spielregel wird die Komplexität des Terms durch die Einschränkung auf Linearität in x sowie höchstens zwei Rechenoperationen ohne Verwendung von Klammern klein gehalten. Die gebildeten Terme haben alle die Form $\square \cdot x + b$, die es einem Großteil der Schülerinnen und Schüler ermöglichen sollte, den Term des Mitspielers zu bestimmen. In leistungsschwächeren Gruppen kann es zusätzlich hilfreich sein, den Zahlenraum für die Starwerte einzuschränken.

Eine Steigerung des Schwierigkeitsgrades erreicht man dadurch, dass man auch komplexere Terme zulässt, z.B. durch eine größere Anzahl von Rechenzeichen und die Verwendung von Klammern. Sowohl das Erstellen des eigenen Terms als auch die Ermittlung des Terms des Mitspielers wären anspruchsvoller und damit reizvoller; zudem würde mehr Kopfrechenfähigkeit von den Schülerinnen und Schülern verlangt.

Will man komplexere Terme zulassen, so muss die Form des Terms vorher festgelegt werden und beide Spieler müssen für sich Terme der verabredeten Form wählen. Es ist – beschränkt man sich auf Linearität des Terms in x – sonst unmöglich den Term aus den Zahlenwerten zu bestimmen, da alle diese Terme äquivalent sind mit $\square \cdot x + b$. Erst durch die Festlegung der Termform wird den Schülerinnen und Schülern ein Schließen von der vereinfachten auf die komplexere Form ermöglicht (vgl. Beispiel 2).

Beim Zulassen von komplexeren Termen müsste das Spielformular um eine Zeile ergänzt werden. Die Spieler müssen zunächst zum Originalterm die vereinfachte Form ermitteln. Findet ein Spieler den vereinfachten Term seines Mitspielers erhält er – wie gehabt – drei Punkte. Gelingt es ihm zusätzlich auch den Originalterm des Mitspielers anzugeben, erhält er noch zwei Zusatzpunkte.

Beispiel 2:

Das vorgegeben Wertepaar lautet x = 3 und y = 53, die vorgegeben Termform □ · (x + ◊) +○

Name: Paul

Startwerte: x = 3 y = 53

Runde	x	Eigener y-Wert	y-Wert des Mitspielers	Punkte
1	6	77	113	0
2	1	37	13	1
3	9	101	173	0
4	2	45	33	1
5	0	29	-7	1
vereinfachter Term			20 · x – 7	3
Originalterm			*20 · (x + 1) - 27*	2
			Summe	8

Notiere hier deinen Term:

$8 \cdot (x + 5) - 11$
$= 8 \cdot x + 29$

Notiere nach dem Spiel hier den vermuteten Term deines Mitspielers:

20 · (x + 1) - 27

Paul kann aus den y-Werten für x = 0 und x = 1 auf den vereinfachten Term von Anette schließen und findet den Term 20 · x – 7.

Auf Grund der Vorgabe der Struktur des Originalterms weiß er, dass die Zahl 20 ausgeklammert werden muss, so dass sich folgender komplexere Term ergibt: 20 · (x + 1) – 27. Paul erhält zwei Zusatzpunkte.

Kopiervorlagen Spielformulare:

Spielformular - Grundspiel:

Name:

Startwerte: x = _____ y = _____

Runde	x	Eigener y-Wert	y-Wert des Mitspielers	Punkte
1				
2				
3				
4				
5				
			Term	
			Summe	

Notiere hier deinen Term:

Notiere nach dem Spiel hier den vermuteten Term deines Mitspielers:

Spielformular - komplexere Form:

Name: Spieler 1

Startwerte: x = _____ y = _____

Runde	x	Eigener y-Wert	y-Wert des Mitspielers	Punkte
1				
2				
3				
4				
5				
vereinfachter Term				
Originalterm				
			Summe	

Notiere hier deinen Term:

Notiere nach dem Spiel hier den vermuteten Term deines Mitspielers: